МЕТОДЫ ПРОЕКЦИЙ ДЛЯ ДЕКОМПОЗИЦИИ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ СТРУКТУРИРОВАННЫХ ЗАДАЧ

А.С. Величко, Е.А. Нурминский[1]
[1]ИАПУ ДВО РАН, Владивосток

Для декомпозиции решения экстремальной задачи большой размерности $\min\limits_{x \in V} h(x)$, где $h(\cdot)$ – конечная выпуклая функция на множестве $V = \bigcap\limits_{i \in I_m} C_i, I_m = \overline{1, M}$, рассматривается класс фейеровских процессов с дополнительным малым исчезающим воздействием [1], то есть итерационные последовательности $x^{s+1} = F(x^s + z^s), s = 0, 1, \ldots$, где F – фейеровский оператор, а $z^s \to 0$ при $s \to +\infty$. Вектор z^s выбирается равным $-\lambda_s g^s$, где λ_s – специально выбираемые шаговые множители, g^s – градиент функции $h(\cdot)$ в точке x^s.

Для построения различных алгоритмов, в том числе и параллельных, в качестве F предлагается использовать операторы проекций (или их выпуклую комбинацию) на множества C_i. Обзор проекционных алгоритмов в рамках подхода фейеровских процессов можно найти в [2].

Для структурированной оптимизационной задачи линейного программирования с непустым допустимым множеством и конечной целевой функцией на множестве допустимых решений

$$f(y^*) = \min_y \sum_{i=1}^{m} f_i(y), f_i(y) = \min_{z_i}\{c_i z_i : A_i z_i \le d_i - B_i y\}, i = \overline{1, m}, \quad (1)$$

предлагаемый подход заключается в представлении допустимого множества V_m решений задачи (1) в виде пересечения замкнутых выпуклых множеств $C_i = \{(z_i, u_i) \ : A_i z_i \le d_i - B_i u_i\}$, $i \in I_m$ и искусственного множества $C_{m+1} = \{u_1 = u_2 = \cdots = u_m \equiv y\}$, где u_i – фиктивные связывающие переменные, моделирующие вектор связывающих переменных y задачи (1). Очевидно, что $V_m = V = \bigcap\limits_{i \in I_{m+1}} C_i$, где $I_{m+1} = \overline{1, m+1}$. Для $x = (z_1, z_2, \ldots, z_m, u_1, u_2, \ldots, u_m)'$ в обозначениях исходной задачи имеем $h(x) = \sum\limits_{i=1}^{m} f_i(u_i) = cx, c = (c_1, c_2, \ldots, c_m, 0, \ldots, 0)'$.

Литература

1. Нурминский Е.А. Проекция на внешне заданные полиэдры // ЖВМиМФ. 2008. Т. 48, №3. С. 387-396.

2. Bauschke H., Borwein J. On projection algorithms for solving convex feasibility problems // SIAM Review. 1996. Vol. 38, No. 3. p. 367-426.