На правах рукописи

АНИСИМОВ Антон Николаевич

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПОЛЕЙ ДЕФОРМАЦИЙ ЖЕСТКОПЛАСТИЧЕСКИХ ТЕЛ ПРИ УСЛОВИИ ПЛАСТИЧНОСТИ КУЛОНА – МОРА

01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Владивосток – 2010

Работа выполнена в Самарском государственном аэрокосмическом университете имени академика С.П. Королева и в Амурском гуманитарно-педагогическом государственном университете.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор, заслуженный деятель науки РФ
Хромов Александр Игоревич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Олейников Александр Иванович

кандидат физико-математических наук
Рагозина Виктория Евгеньевна

Ведущая организация: Сибирский государственный аэрокосмический
университет имени академика М.Ф. Решетнёва
(г. Красноярск)

Защита состоится «06» мая 2010 года в 11^{30} часов на заседании диссертационного совета ДМ005.007.02 в Институте автоматики и процессов управления ДВО РАН по адресу: 690041, г. Владивосток, ул. Радио, 5, ауд. 510.
E-mail: dm00500702@iacp.dvo.ru

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института автоматики и процессов управления ДВО РАН.

Автореферат разослан «__» апреля 2010 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
к.ф.-м.н. Дудко О.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Исследование поведения материала при больших пластических деформациях в разнообразных конструкциях и технологических процессах можно считать одной из основных задач механики деформируемого твердого тела. Определение степени деформируемости материала с учетом необратимой пластической сжимаемости в рамках модели идеального жесткопластического тела является одним из возможных путей решения таких задач.

Фундаментальные исследования в области идеальной пластичности связаны с именами ученых А. Треска, Б. Сен-Венана, М. Леви, Р. Мизеса, Л. Прандтля, Д. Друккера, В. Прагера, Х. Гейрингер, А. Райса, Р. Хилла, Г. Генки, Е. Оната, Е. Ли и др.

Значительный вклад в создание теории и решение задач идеальной пластичности внесли отечественные ученые Б.Д. Аннин, Г.И. Быковцев, Б.А. Друянов, А.Ю. Ишлинский, Д.Д. Ивлев, В.П. Мясников, Ю.Н. Работнов, В.В. Соколовский, С.А. Христианович и др.

В рамках теории идеального жесткопластического тела анализ деформаций связан с решением задач, в которых учитывается изменение геометрии деформируемого тела. Это обусловлено тем, что пластические деформации распределяются крайне неравномерно, наблюдаются в основном в окрестности особенностей поля скоростей перемещений (на линиях разрыва скоростей перемещений и в центре веера характеристик) и могут достигать больших значений, которые значительно превышают деформации в непрерывном пластическом поле и могут привести к разрушению материала.

Использование в качестве меры деформации тензорных характеристик (тензора дисторсии, тензора конечных деформаций Альманси и т.п.) и учет необратимой пластической сжимаемости материала позволяет корректно описывать процесс деформирования.

Исследование полей деформаций в технологических процессах (выглаживание поверхности, резание материалов и т.д.) с учетом необратимой сжимаемости позволяет выявить особенности поведения материалов под давлением, а также определить зависимость характеристик разрушения материалов от изменения плотности.

Целью работы является исследование полей деформаций в окрестности особенностей поля линий скольжения в условиях плоской деформации для классических задач теории пластичности с учетом необратимой сжимаемости.

Научная новизна работы заключается в следующем:

– метод определения деформаций в окрестности особенностей поля линий скольжения (линии разрыва поля скоростей перемещений и в центре веера характеристик) обобщен на случай учета необратимой сжимаемости;

– исследованы поля деформаций в окрестности особенностей линий скольжения для классических задач теории пластичности при условии текучести Кулона – Мора.

Достоверность полученных результатов основана на классических подходах механики сплошных сред и строгих математических выкладках, подтверждается согласованностью в предельном случае с решениями, полученными А.И. Хромовым и А.А. Буханько для несжимаемого идеального жесткопластического тела.

Практическая значимость работы. Решенные задачи актуальны при разработке математических моделей поведения реальных материалов при больших пластических деформациях с учетом необратимой сжимаемости. Полученные поля деформаций могут быть использованы при анализе технологических процессов обработки материалов давлением (прессование, волочение, прокатка) и резанием, для проектирования оборудования, используемого при этих процессах, в строительстве и т.д.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на:

– XXVII Дальневосточной школе-семинаре им. академика Е.В. Золотова, Владивосток, 2002 г.;

– Международном форуме по проблемам науки, техники и образования «III Тысячелетие – новый мир», Москва, 2002 г.;

– 42-ой научно-практической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов, посвященной 70-летию г. Комсомольска-на-Амуре, Комсомольск-на-Амуре, 2003 г.;

– IV Всероссийском симпозиуме по прикладной и промышленной математике (осенняя сессия), Петрозаводск, 2003 г.;

– Всероссийском школе-семинаре по современным проблемам механики деформируемого твердого тела, Новосибирск, 2003 г.;

– IX Всероссийском симпозиуме по прикладной и промышленной математике (весенняя сессия), Кисловодск, 2008 г.;

– Шестой Всероссийской конференции «Математическое моделирование и краевые задачи», Самара, 2009 г.

Работа в целом докладывалась на объединенном семинаре «Механика сплошных сред» в Институте автоматики и процессов управления ДВО РАН.

Публикации по работе. По теме диссертации опубликовано 10 научных работ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы (106 наименований). Объем работы – 138 страниц, в том числе 55 рисунков.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении показана актуальность поставленной проблемы, проанализированы вопросы исследования плоского деформированного состояния, представлено содержание диссертации по главам.

В первой главе представлены основные соотношения теории плоской деформации идеального сжимаемого жесткопластического тела.

В первых двух параграфах приводятся основные положения теории: полная система уравнений теории плоской деформации, общие соотношения вдоль характеристик для условия пластичности Кулона – Мора

$$\frac{1}{4}(\sigma_{11}-\sigma_{22})^2+\sigma_{12}^2=(k+\frac{\sin\varphi}{2}(\sigma_{11}+\sigma_{22}))^2, \quad (1)$$

где k, φ – постоянные, характеризующие исследуемую среду, σ_{ij} – компоненты тензора напряжений.

В третьем параграфе приведены условия построения полного решения задач, получены необходимые и достаточные условия построения статически допустимого продолжения поля напряжений в жесткие области при условии пластичности Кулона – Мора.

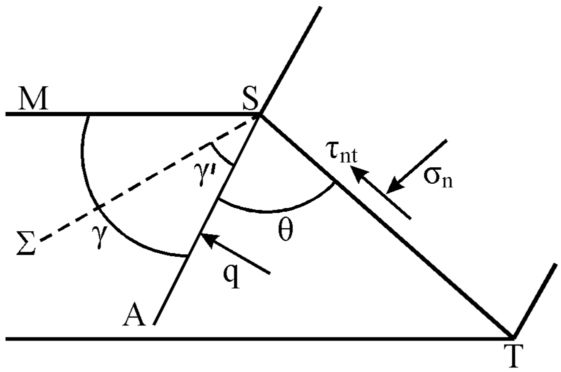


Рис. 1

Достаточное условие построения свободной поверхности Σ определяется неравенством

$$\gamma' \le \gamma. \quad (2)$$

Угол γ' (рис. 1) определяет положение свободной поверхности в окрестности точки S и вычисляется из уравнений

$$|q|=\frac{k}{\sin\varphi}(1-\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}e^{2tg\varphi(\frac{\pi}{2}-\gamma')}), \qquad \gamma' \ge \pi/2,$$

$$|q|=\frac{2k(1+\cos(\gamma'-2\alpha))}{1+\sin^2\varphi+2\sin\varphi\cdot\cos(\gamma'-2\alpha)}, \ \gamma' \le \pi/2,$$

где $2\alpha=\arcsin(\sin\varphi\cdot\sin\gamma')+\pi$, q – нормальное давление, действующее на клин ASM.

Необходимым условием существования продолжения поля напряжений в жесткую область MST будет неравенство

$$ctg(\gamma + \theta) \le -\frac{\sigma_n}{\tau_{nt}}, \tag{3}$$

где σ_n – нормальное напряжение, τ_{nt} – касательное напряжение, действующее на жесткопластической границе ST.

В четвертом параграфе обобщен метод определения деформаций в окрестности особенностей поля линий характеристик (линии разрыва скоростей перемещений и центра веера характеристик) с учетом необратимой сжимаемости.

В качестве меры деформации принят тензор конечных деформаций Альманси:

$$E_{ij} = \frac{1}{2}(\delta_{ij} - x^0_{k,i}x^0_{k,j}) \text{ или } E = \frac{1}{2}(I - AA^*), \tag{4}$$

где $A = [a_{ij}] = [x^0_{j,i}]$ – тензор дисторсии.

На основании геометрических и кинематических условий совместности Адамара – Томаса на поверхности разрыва скоростей перемещений, главные значения E_1, E_2 тензора Альманси и угол θ между первым главным направлением тензора конечных деформаций и касательной к поверхности разрыва будут определяться из соотношений:

$$\begin{gathered} E_{1,2} = \frac{1}{4}(1 - W_1^2 - (1 - W_2)^2) \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{4}(1 - W_1^2 - (1 - W_2)^2)^2 + W_1^2}, \\ tg2\theta = \frac{2W_1}{1 - W_1^2 - (1 - W_2)^2}. \end{gathered} \tag{5}$$

Абсолютные значения величин $W_1 = [V_t]/(G + V_n^+)$, $W_2 = [V_n]/(G + V_n^+)$ имеют физический смысл, соответственно, объемных плотностей энергии сдвиговых и объемных деформаций, отнесенных к величине k, получаемой материальной частицей при пересечении поверхности разрыва. Здесь $[V_t]$ – величина разрыва касательной компоненты скорости; $[V_n]$ – величина разрыва нормальной компоненты скорости; V_n^+ – нормальная скорость движения частиц на поверхности разрыва в пластической области; G – нормальная скорость распространения поверхности разрыва скоростей перемещений.

Изменение плотности среды в результате деформации определяется соотношением

$$\rho_c = \sqrt{(1 - 2E_1)(1 - 2E_2)}\rho_c^0,$$

где ρ_c^0 – начальная плотность.

Изменение компонент тензора дисторсии с течением времени определяется уравнением:

$$\frac{da_{ij}}{dt}=\frac{\partial a_{ij}}{\partial t}+\frac{\partial a_{ij}}{\partial x_k}V_k+a_{kj}\frac{\partial V_k}{\partial x_i}=0,\quad k=1,2, \tag{6}$$

где $\frac{d}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}+V_i\frac{\partial}{\partial x_i}$ – материальная производная по времени. Для определения поля деформаций в окрестности центра веера характеристик η, используется преобразованная система уравнений (6):

$$\begin{aligned}
&\frac{da_{11}}{d\xi}\overline{A}+(-a_{11}\sin(\psi-\delta)+a_{21}\cos(\psi-\delta))\sin(\psi+\delta)=0,\\
&\frac{da_{12}}{d\xi}\overline{A}+(-a_{12}\sin(\psi-\delta)+a_{22}\cos(\psi-\delta))\sin(\psi+\delta)=0,\\
&\frac{da_{21}}{d\xi}\overline{A}+(a_{11}\sin(\psi-\delta)-a_{21}\cos(\psi-\delta))\cos(\psi+\delta)=0,\\
&\frac{da_{22}}{d\xi}\overline{A}+(a_{12}\sin(\psi-\delta)-a_{22}\cos(\psi-\delta))\cos(\psi+\delta)=0,\\
&\overline{A}=\frac{\overline{u}-\overline{v}\sin\varphi-a'\sin(\psi+\delta)+b'\cos(\psi+\delta)}{\frac{\partial\overline{v}}{\partial\xi}-\frac{1}{2}tg\varphi\cdot\overline{v}+\frac{1}{2\cos\varphi}\overline{u}},
\end{aligned} \tag{7}$$

где $\overline{u}$, $\overline{v}$ – проекции вектора скорости на характеристики ξ и η; a', b' – компоненты скорости движения центра веера характеристик, $\psi=(\xi+\eta_0)/2$, $\delta=\pi/4-\varphi/2$. Аналогично записывается система дифференциальных уравнений для веера линий характеристик второго семейства.

Во второй главе рассмотрены пластические течения с учетом изменения геометрии тела в процессе деформирования клинообразных и плоских штампов. Получены поля деформаций в окрестности особенностей поля линий характеристик для случая $\varphi=10^\circ$. В предельном случае ($\varphi=0^\circ$ – несжимаемый материал) поля деформаций совпадают с полями, полученными в работах А.И. Хромова и А.А. Буханько.

В первом параграфе решена задача о внедрении клина с полным углом раствора 2γ в жесткопластическое полупространство (рис. 2).

Для случая $\varphi=10^\circ$, до значения угла $\gamma\approx 59.1^\circ$ наибольшие деформации (максимальное увеличение плотности среды) наблюдаются в центре веера характеристик A_1PA_2, при $\gamma > 59.1^\circ$ – на линии разрыва скоростей перемещений $A_0A_1A_2A_3$.

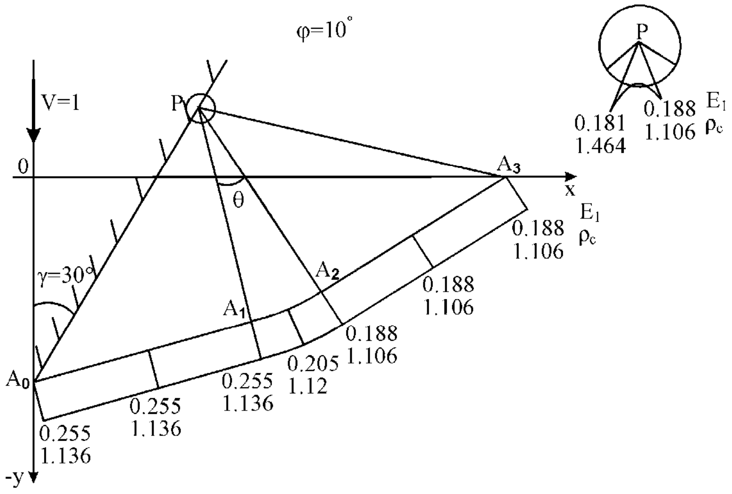


Рис. 2

Во втором параграфе рассматривается задача о сжатии плоским гладким штампом жесткопластического клина с углом наклона α. Определены поля деформаций в окрестности особенностей поля линий характеристик для решения Хилла (рис. 3, а) и решения Прандтля (рис. 3, б).

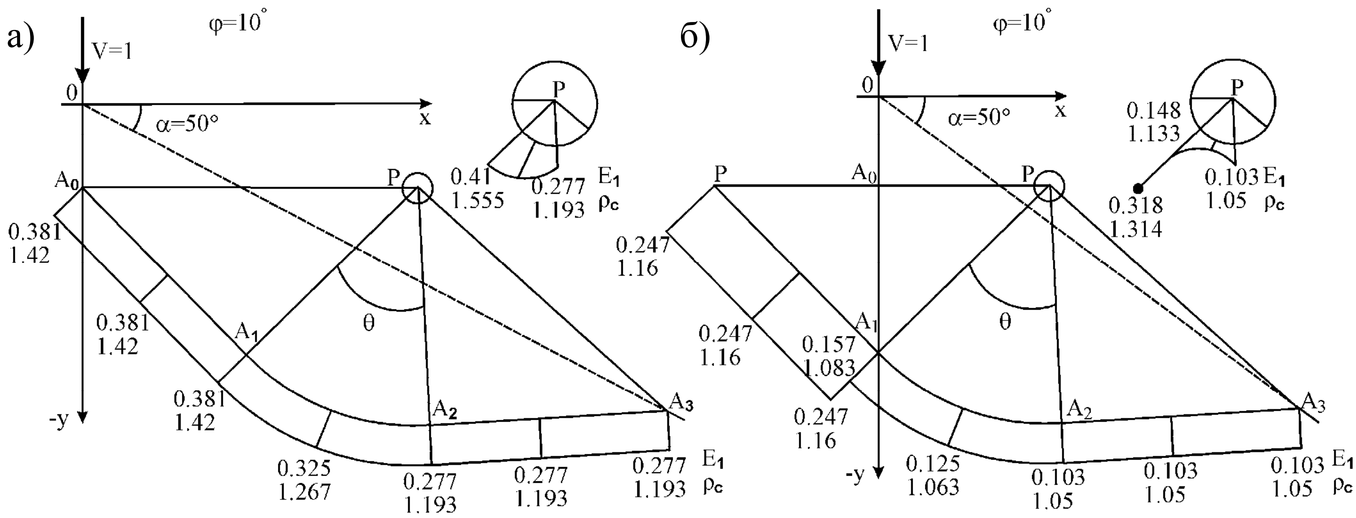


Рис. 3

Для случая $\varphi = 10^\circ$ наибольшие деформации наблюдаются: по схеме Хилла до значения угла $\alpha \approx 42.3^\circ$ – на линии разрыва скоростей перемещений $A_0A_1A_2A_3$, при $\alpha > 42.3^\circ$ – в центре веера характеристик; по схеме Прандтля – в окрестности центра веера характеристик (с учетом перехода линии разрыва A_1P). Исследования показали, что предпочтительным является решение Прандтля, так как в этом случае для любого угла раствора клина $\gamma = \pi / 2 - \alpha$ наибольшие деформации являются минимальными как на линии разрыва скоростей перемещений, так и в окрестности центра веера характеристик.

В третьем параграфе рассмотрена задача о сжатии усеченного клина $y = ax + b$ ($a = -ctg\gamma$) гладким плоским штампом с начальной шириной усечения $A_0P = -b/a$. В этом случае движение материала начинается не из точки, а пластическое состояние возникает сразу в конечной области. Часть подвижной границы, которая в начальный момент времени приходит в движение, в последующем поступательно перемещается. Исследованы поля деформаций в окрестности особенностей поля линий характеристик в начальный момент времени для угла раствора клина $2\gamma = 60^\circ$ по схеме Хилла (рис. 4, а) и схеме Прандтля (рис. 4, б). Наибольшие деформации минимальны в решении Прандтля.

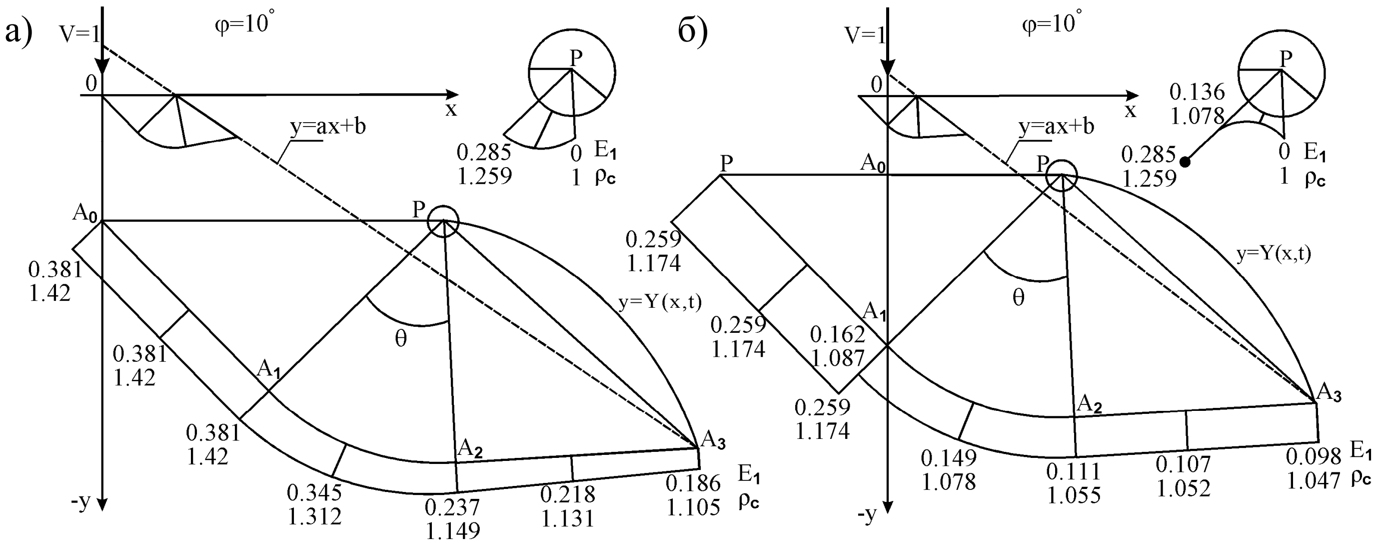


Рис. 4

<u>В третьей главе</u> рассмотрены технологические задачи теории пластического течения.

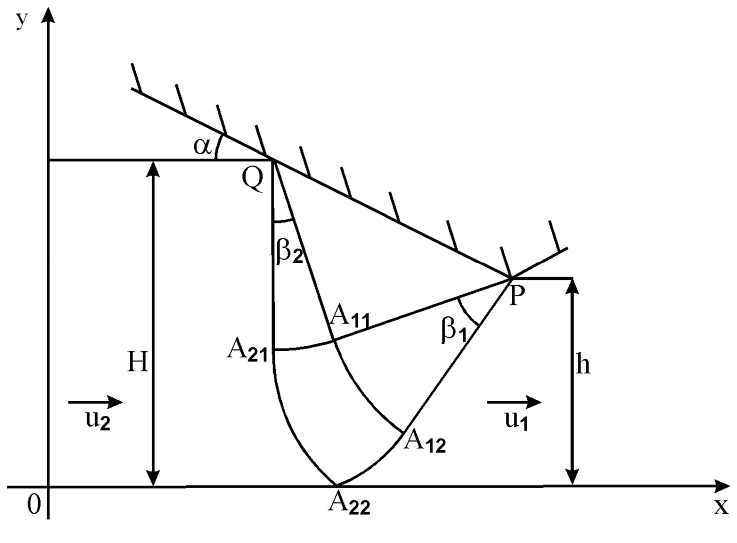


Рис. 5

В первом параграфе изучен установившийся процесс волочения полосы через короткую жесткую матрицу с углом наклона α (рис. 5). Как и для случая несжимаемого материала, величина $2kh$ равна предельной нагрузке при одноосном растяжении гладкой полосы шириной h. Волочение осуществимо, если усилие волочения $p < 2kh$ (иначе произойдет разрыв правой части полосы), откуда следует, что для $\varphi = 10^\circ$ величина угла $\alpha < 34.365^\circ$.

На рис. 6 представлены графики значений деформаций на выходе из пластической области в окрестности точки A_{22} (сплошная линия) и в окрестности центра веера характеристик $A_{11}PA_{12}$ (пунктирная линия), в зависимости от обжатия r (рис. 6, а: $\varphi = 0^\circ$; рис. 6, б: $\varphi = 10^\circ$).

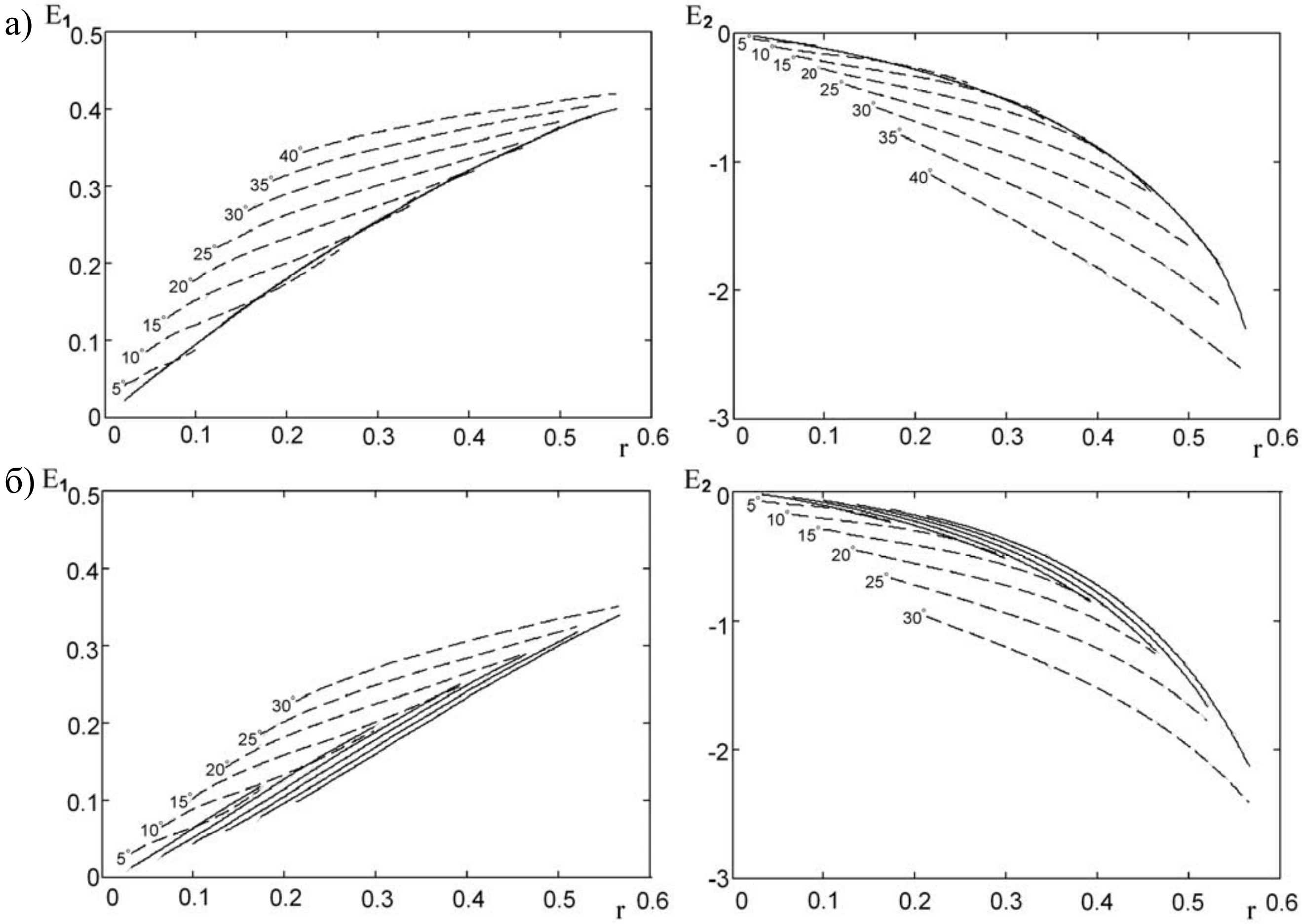


Рис. 6

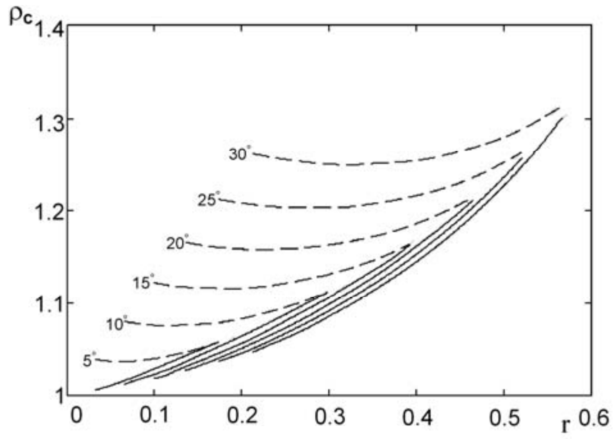


Рис. 7

На рис. 7 представлены графики изменения плотности материала $\rho_c(r)$ при волочении полосы через короткую матрицу в окрестности особенностей поля скоростей перемещений.

Распределение деформаций в окрестности точки A_{22} (рис. 5) и в окрестности центра веера характеристик $A_{11}PA_{12}$ позволяет оценить поле деформаций на выходе из пластической области в данном технологическом процессе.

Во втором параграфе рассмотрена задача о выглаживании гладким клинообразным штампом жесткопластической поверхности (рис. 8).

Анализ геометрии пластической области показывает, что глубина выглаживания $h > 0$ при условии $\alpha < \pi/4 - \varphi/2$.

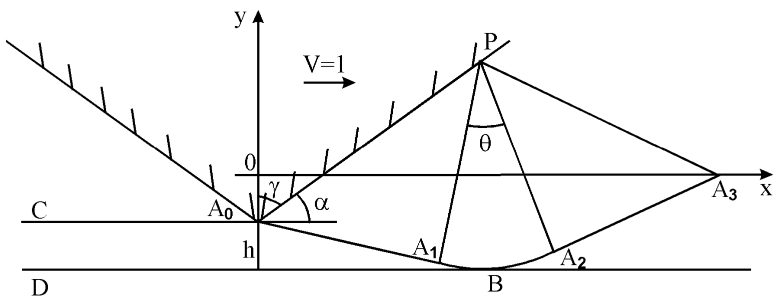
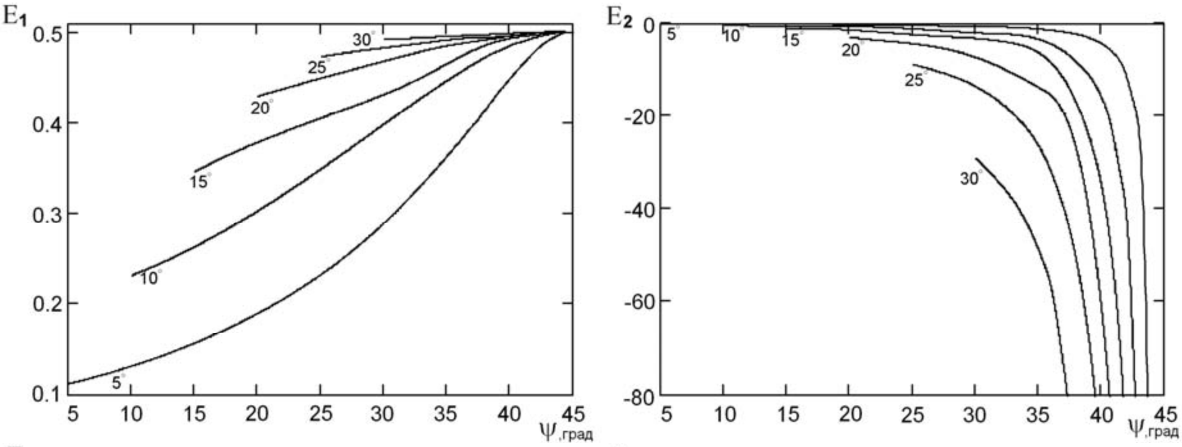


Рис. 8

Получено распределение поля деформаций на выходе из пластической области для различных значений угла $5^\circ \le \alpha \le 30^\circ$ в зависимости от угла $\psi = \alpha$ в точке A_1 до $\psi = \delta$ в точке B (рис. 9, а: $\varphi = 0^\circ$; рис. 9, б: $\varphi = 10^\circ$).

а)



б)

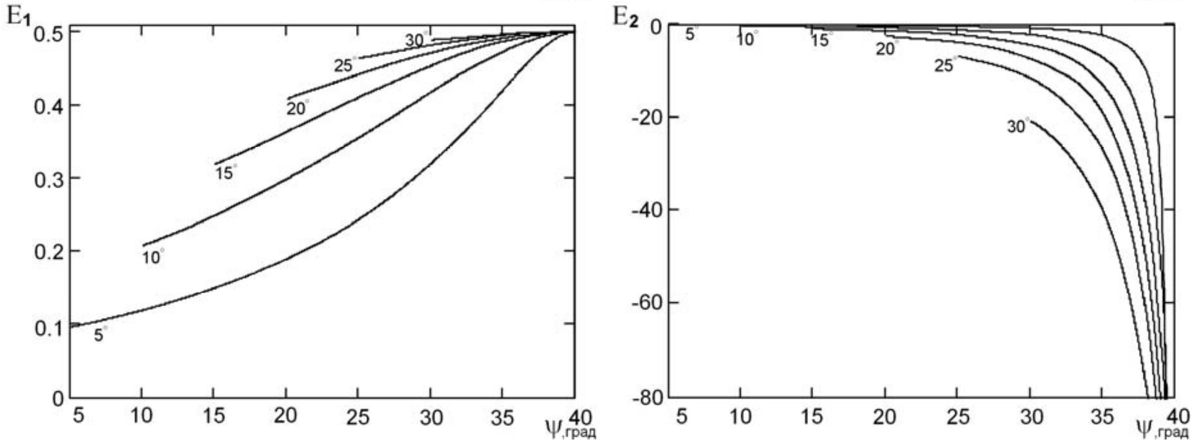


Рис. 9

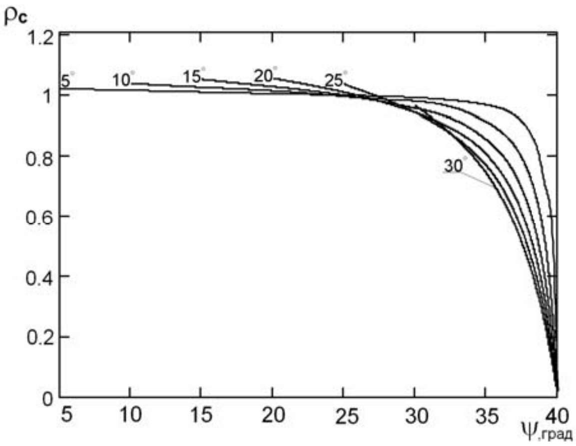


Рис.10

На рис. 10 представлен график изменения плотности среды в области CA_0A_1BD для $\varphi = 10^\circ$. Из графиков рис. 10 следует, что для угла $\alpha = 30^\circ$ происходит разуплотнение среды при выглаживании. В остальных случаях сначала происходит уплотнение, а затем по мере приближения к точки B происходит разуплотнение среды.

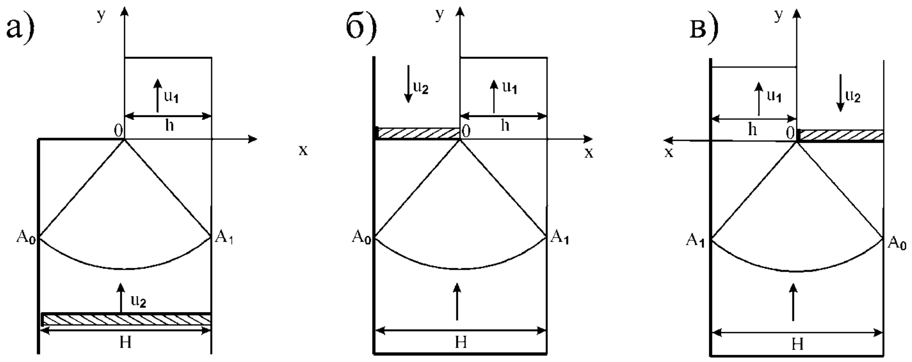


Рис. 11

В третьем параграфе рассмотрены задачи о прессовании и прошивке материала гладким прямоугольным инструментом. Исследовался случай, когда поле характеристик представлено в виде центрированного веера (рис. 11, а – прямое прессование; рис. 11, б – обратное прессование; рис. 11, в – прошивка). Радиус обжатия в этом случае определяется соотношением $r = ctg\,\delta /(ctg\,\delta + e^{-\pi/2 \cdot tg\,\varphi})$.

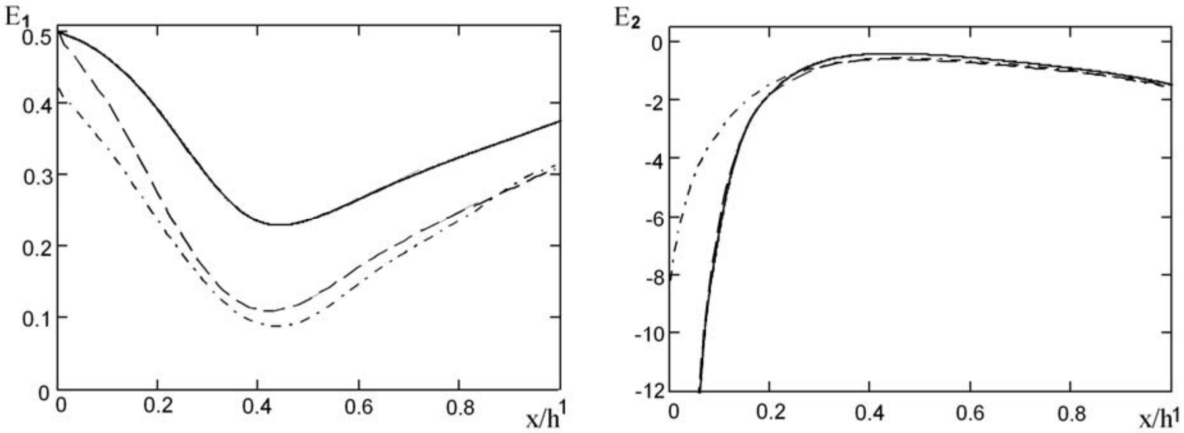


Рис. 12

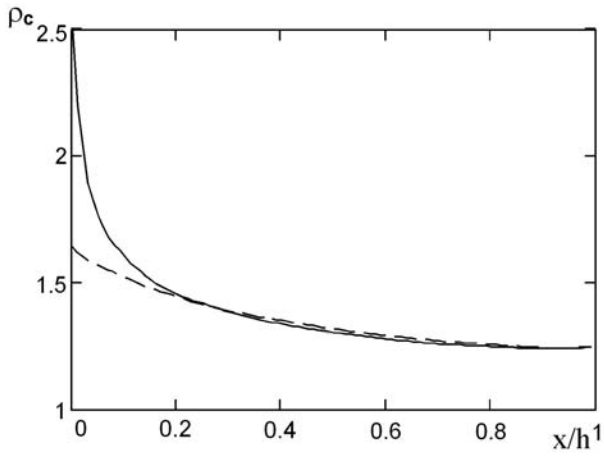


Рис. 13

Распределение поля деформаций на выходе из пластической области представлено на рис. 12. Для несжимаемого материала (сплошная линия на рис. 12) распределение деформаций одинаково для прессования и прошивки. В случае сжимаемого материала ($\varphi = 10^{\circ}$) деформации для прямого прессования (пунктирная линия на рис. 12) больше, чем для обратного прессования и прошивки, которые совпадают (штрихпунктирная линия на рис. 12).

Графики изменения плотности деформированного материала при данных технологических процессах представлены на рис. 13 (сплошная линия – прямое прессование; пунктирная линия – обратное прессование и прошивка).

В четвертой главе решена задача о резании жесткопластических тел в предположении, что существует изолированная линия скольжения ST (рис. 14), на которой выполняется условие пластичности Кулона – Мора.

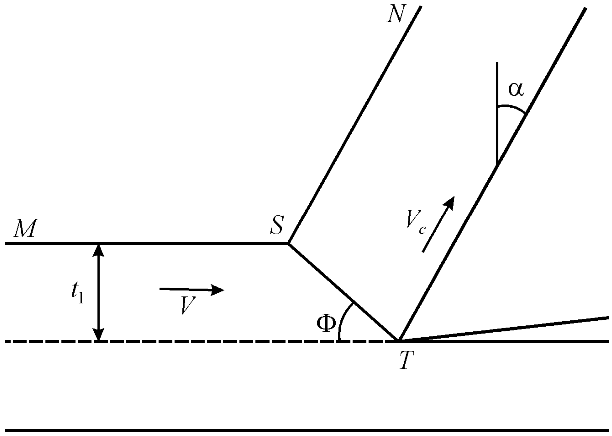


Рис. 14

На основании необходимых (3) и достаточных условий (2) исследована полнота решения задачи с точки зрения возможности построения статически допустимого продолжения поля напряжений в жесткие области (в тело заготовки и стружку).

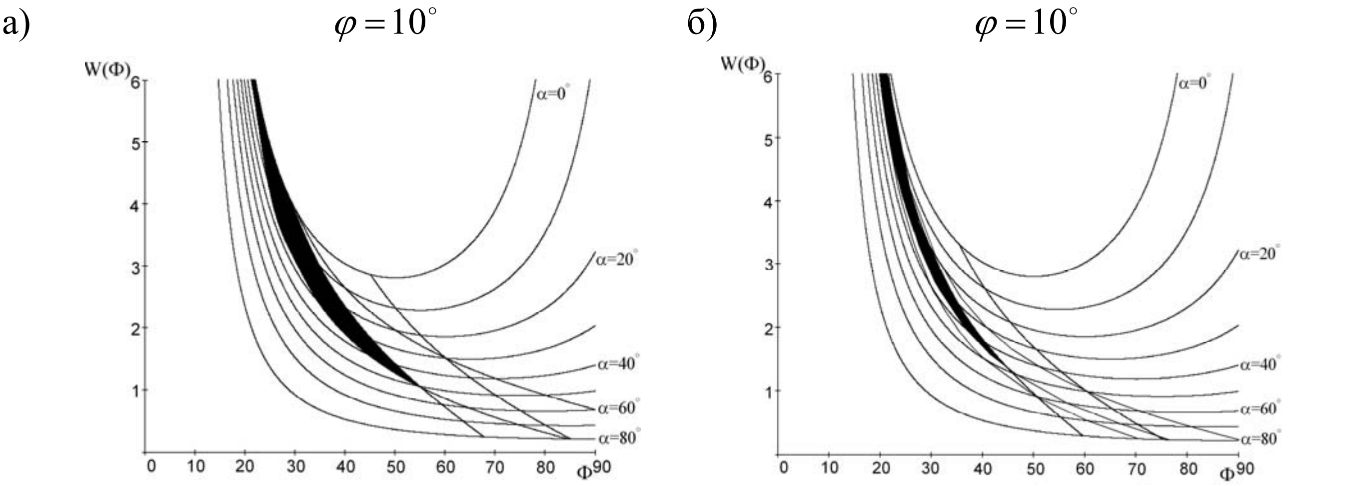


Рис. 15

На рис. 15 показана зависимость объемной плотности диссипации энергии $W(\Phi) = |W_1(\Phi)| + |W_2(\Phi)|$ для различных углов α и коэффициента трения μ (рис. 15, а: $\mu = 0$; рис. 15, б: $\mu = 0.35$). Закрашенный участок на рис. 15 представляет собой область существования полного решения.

Для выбора предпочтительного решения предполагается, что величина $W(\Phi)$ в области существования полного решения имеет наименьшее значение, которое достигается тогда, когда свободная поверхность в области MST совпадает со свободной поверхностью материала; при этом угол Φ определяется из уравнений:

$$\frac{(1+\sin\varphi)(tg(\Phi+\lambda-\alpha)+tg\varphi)}{\cos\varphi-\sin\varphi\cdot tg(\Phi+\lambda-\alpha)}+1=\frac{1}{\sin\varphi}(1-\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}e^{2tg\varphi(\Phi-\delta)}), \qquad \Phi\le\delta,$$

$$\frac{(1+\sin\varphi)(tg(\Phi+\lambda-\alpha)+tg\varphi)}{\cos\varphi-\sin\varphi\cdot tg(\Phi+\lambda-\alpha)}+1=\frac{2(1-\sin(\delta-\Phi-2\theta))}{1+\sin^2\varphi-2\sin\varphi\cdot\sin(\delta-\Phi-2\theta)}, \ \Phi\ge\delta,$$

где $2\theta=\arcsin(\sin\varphi\cdot\cos(\delta-\Phi))+\pi,\ \lambda=arctg\mu$.

На рис. 16 ($\varphi=10^\circ$) представлено распределение поля деформаций для случая, когда $W(\Phi)$ минимально.

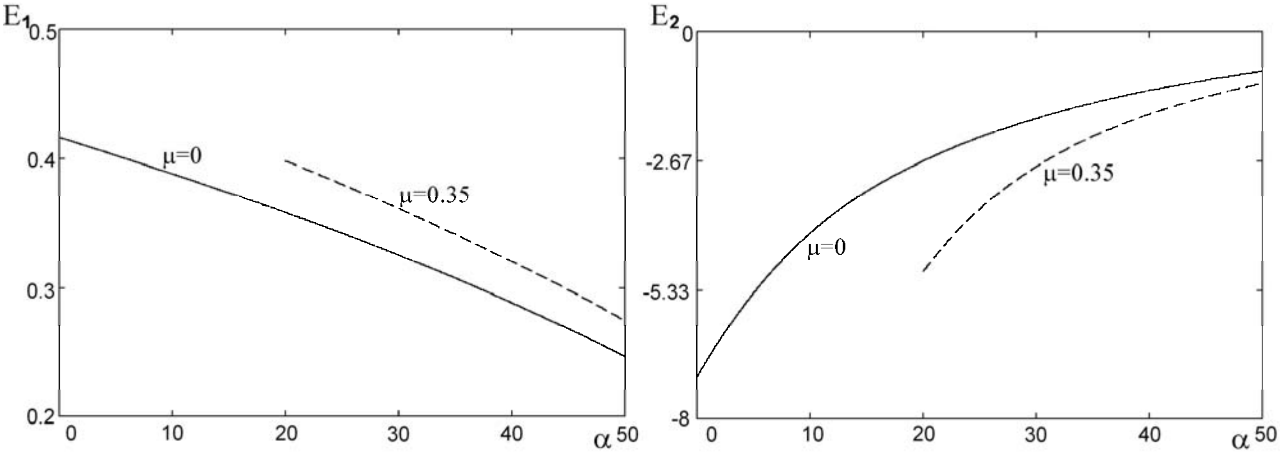


Рис. 16

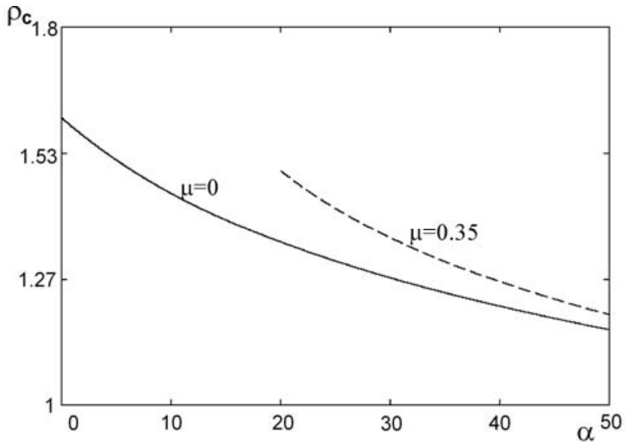


Рис. 17

На рис. 17 представлен график изменения плотности материала ρ_c в стружке для $\varphi=10^\circ$.

Сила, необходимая для резания, определяться величиной:

$$F_c=\frac{k\cdot t_1\cdot\cos(\lambda-\alpha)}{\sin\Phi\cdot\cos(\Phi+\lambda-\alpha-\varphi)},$$

где t_1 – толщина срезаемого слоя.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. Получены необходимые и достаточные условия существования локального продолжения поля напряжений в окрестности жесткопластической границы при условии пластичности Кулона – Мора.
2. Обобщен метод определения деформаций в окрестности особенностей поля линий скольжения (линия разрыва поля скоростей перемещения и в центре веера характеристик) с учетом необратимой сжимаемости.

3. Получены поля деформаций в окрестности особенностей поля линий скольжения в задачах о внедрении клина в жесткопластическое полупространство, раздавливании бесконечного и усеченного клина гладким плоским штампом, волочении полосы сквозь короткую матрицу, выглаживании поверхности клинообразным штампом, прессовании и прошивки материала.

4. Решена задача о резании жесткопластических тел с учетом необратимой сжимаемости. Предлагается решение, минимизирующее объемные плотности энергии сдвиговых и объемных деформаций, получаемой частицей материала при пересечении изолированной линии скольжения.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Хромов А.И., Анисимов А.Н. Внедрение шероховатого клинообразного штампа в сыпучую среду // Обозрение прикладной и промышленной математики. 2003. Т. 10. Вып. 2. С. 520-522.

2. Анисимов А.Н., Хромов А.И. Внедрение клина в полупространство при условии текучести Кулона–Мора // Вестник СамГТУ. 2007. № 1(14). С. 44-50.

3. Анисимов А.Н. Об учете необратимой сжимаемости материала при волочении полосы сквозь короткую матрицу // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. 2007. № 3. С. 19-31.

4. Анисимов А. Н. Определение деформаций при движении клинообразного штампа вдоль жесткопластической поверхности // Обозрение прикладной и промышленной математики. 2008. Т. 15. Вып. 5. С. 852-853.

5. Анисимов А.Н., Хромов А.И. Выглаживание жесткопластической поверхности клинообразным штампом при условии текучести Кулона – Мора // ПМТФ. 2010. Т. 51. № 2. С. 176-182.

6. Анисимов А.Н., Хромов А.И. Давление штампа на полуплоскость // 42-ая научно-практическая конференция молодых ученых, аспирантов и студентов «Теоретические и прикладные аспекты решения проблем в сфере гуманитарных и естественных наук»: Сб. докладов. Комсомольск-на-Амуре: КнАГПУ, 2002. С. 106-108.

7. Анисимов А.Н. Сыпучий клин под действием одностороннего давления // Дальневосточная математическая школа-семинар им. академика Е.В. Золотова : [тезисы]. Владивосток: Дальнаука, 2002. С. 69.

8. Хромов А.И., Анисимов А.Н. Условия существования локального продолжения поля напряжений в окрестности жесткопластической границы при условии пластичности Кулона – Мора // Труды Межд. Форума по пробл. науки, техники и образования. М.: Академия наук о Земле, 2002. Т. 2. С. 115-118.

9. Анисимов А.Н., Хромов А.И. О деформациях на поверхности разрыва поля скоростей перемещений // Теоретическая и прикладная механика. Межведомственный сборник научно-методических статей. Вып. 19. Минск: БНТУ, 2005. С. 126-127.

10. Анисимов А.Н. Прессование и прошивка жесткопластического материала при условии текучести Кулона – Мора // В сб.: «Труды шестой Всероссийской конференции с международным участием. Часть 1: Математические модели механики, прочности и надежности элементов конструкций» / Матем. моделирование и краев. задачи. Самара: СамГТУ, 2009. С. 31-34.

Личный вклад автора. Работы [3,4,7,10] выполнены автором лично. В работах [1,2,5,6,8,9] в рамках сформулированной научным руководителем проблемы автор получил необходимые для теоретического анализа и численных расчетов соотношения и провел необходимые вычисления.

Работа выполнена при финансовой поддержке Федерального агентства по образованию РФ (проект РНП 2.1.1/889 – «Теоретические и экспериментальные исследования влияния диссипативных процессов на механические характеристики и разрушение материалов»).

Анисимов Антон Николаевич

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПОЛЕЙ ДЕФОРМАЦИЙ ЖЕСТКОПЛАСТИЧЕСКИХ ТЕЛ ПРИ УСЛОВИИ ПЛАСТИЧНОСТИ КУЛОНА – МОРА

Автореферат

Сдано в печать	30.03.2010	Подписано к печати	30.03.2010
Печать офсетная	Бумага тип № 2	Формат 60 х 84	1/16
Усл. печ. л. 1	Уч. - изд. л. 1,8	Тираж 100 экз.	Заказ №

Издательство Амурского гуманитарно-педагогического государственного университета: 681000, Комсомольск-на-Амуре, ул. Кирова, 17, корп. 2.

Отпечатано в типографии издательства Амурского гуманитарно-педагогического государственного университета: 681000, Комсомольск-на-Амуре, ул. Кирова, 17. корп. 2.