

На правах рукописи

**МАЗЕЛИС Андрей Львович**

**ПРЯМОЛИНЕЙНЫЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ ДВИЖЕНИЯ  
УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ СРЕД**

01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук



Владивосток – 2010

Работа выполнена в Институте автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения Российской академии наук

Научный руководитель: член-корреспондент РАН,  
доктор физико-математических наук,  
профессор Буренин Анатолий Александрович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор Хромов Александр Игоревич

кандидат физико-математических наук  
Ушаков Александр Александрович

Ведущая организация: Самарский государственный технический  
университет

Защита состоится «06» мая 2010 г. в 13<sup>00</sup> часов на заседании диссертационного совета ДМ005.007.02 в Институте автоматики и процессов управления ДВО РАН по адресу: 690041, г. Владивосток, ул. Радио, 5, аудитория 510,  
E-mail: dm00500702@iacp.dvo.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института автоматики и процессов управления ДВО РАН.

Автореферат разослан «05» апреля 2010 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
кандидат физико-математических наук



О.В. Дудко

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Развитие теории больших упругопластических деформаций на протяжении нескольких последних десятилетий остается одним из основных направлений фундаментальной механики деформирования, начало которому было положено известной работой Е. Lee 1969 года. Современная механика располагает широким многообразием математических моделей, предназначенных для описания процессов интенсивного формоизменения, когда деформации невозможно полагать малыми и только обратимыми. Но при этом общепризнанной математической модели больших упругопластических деформаций до настоящего времени не существует. Связано это с тем, что если полные деформации поддаются экспериментальному измерению, то обратимые и необратимые деформации таким способом не измеримы. В то же время, при записи модельных соотношений теории упругопластического течения данное разделение деформаций на составляющие необходимо. Именно это обстоятельство, диктующее произвол исследователя, как раз порождает существующее многообразие в математических моделях и отсутствие общепризнанной. В настоящей работе для целей построения точных решений краевых задач о прямолинейных осесимметрических течениях упруговязкопластических сред используется математическая модель больших упругопластических деформаций, разработанная на Дальнем Востоке России в работах Г.И. Быковцева, В.П. Мясникова, А.А. Буренина, Л.В. Ковтанюк и А.В. Шитикова. При этом вязкие свойства учитываются только на стадии течения. Таким образом, известные решения теории жестковязкопластичности обобщаются на случай, когда в областях течения, а также в ядрах и застойных зонах учитываются упругие свойства материалов. Этот учет продиктован не только стремлением получить новые решения в рамках модели больших обратимых и необратимых деформаций, но и указать способ расчета остаточных напряжений и деформаций после остановки течения и полной разгрузки. Таким образом, актуальность темы диссертации продиктована развитием теории и ее конкретных расчетных приложений.

**Целью работы** является постановка и решение краевых задач теории упруговязкопластичности о зарождении, развитии, торможении до полной остановки прямолинейных осесимметричных течений с последующей разгрузкой и расчетом сформированных таким способом остаточных напряжений и деформаций.

**Научная новизна** результатов, полученных в диссертации, состоит в следующем:

– в рамках теории больших упруговязкопластических деформаций поставлена и решена новая краевая задача о конечном продвижении деформируемой пробки, расположенной в зазоре между жесткими коаксиальными цилиндрическими по-

верхностями за счет изменяющегося во времени перепада давления;

– рассмотрен последовательный процесс зарождения вязкопластических течений в областях, примыкающих к жестким стенкам, развития течения и его останковка при последующем уменьшении перепада давления до полной разгрузки.

– впервые поставлена и решена краевая задача теории больших упруговязкопластических деформаций о прямолинейных течениях материала, расположенного в зазоре между двумя жесткими коаксиальными цилиндрами, при движении каждого из них;

– рассмотрены случаи первоначально равноускоренного движения с последующей равнозамедленной остановкой одной из цилиндрических граничных поверхностей, в то время когда другая остается неподвижной;

– изучено влияние присутствия в зазоре слоя с отличными от основного материала механическими свойствами на закономерности развития вязкопластических течений и их торможения. Рассмотрен случай, когда материал слоя является более податливым по сравнению с основным материалом.

**Достоверность полученных результатов** базируется на использовании классических подходов неравновесной термодинамики и механики сплошных сред. Используемая математическая модель больших упруговязкопластических деформаций может считаться достаточно апробированной; из нее в частном случае при переходе к малым деформациям следуют соотношения классической модели типа Прандтля – Рейса. При решении конкретных краевых задач дополнительные гипотезы не использовались, большинство полученных зависимостей являются точными в рамках выбранной модели, а применяемые численно-аналитические процедуры являются общепризнанными.

**Применение и практическая ценность работы.** Полученные точные решения краевых задач теории в определенном смысле можно считать в качестве зависимостей, моделирующих процессы волочения сквозь цилиндрические матрицы. С их помощью появляется возможность качественно оценить процессы интенсивного деформирования и вязкопластического течения при волочении, ответить на возникающие вопросы, связанные с закономерностями вовлечения материала в процесс течения, рассчитать уровень и распределение приповерхностных остаточных напряжений. Введение в рассмотрение более податливых слоев материала связывается со стремлением изучить действие неньютоновской смазки в процессах волочения.

Другим практическим значением полученных точных решений следует признать возможность тестирования с их помощью алгоритмов и программ численных расчетов. Расчетная сложность интенсивного формоизменения с учетом вяз-

копластических течений продиктована не только существенной нелинейностью математической модели процесса, но и, главное, присутствием движущихся границ, разделяющих область деформирования на части, в которых деформирование или течение подчинено разным системам уравнений в частных производных. В таком случае требуются специальные алгоритмические приемы, тестирование которых возможно только при наличии точных решений.

**Апробация результатов диссертации.** Результаты диссертации были представлены на следующих научных конференциях:

– Дальневосточная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых по математическому моделированию (Владивосток, 2004);

– Региональная научно-техническая конференция «Молодежь и научно-технический прогресс» (Владивосток, 2004, 2008, 2009);

– Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова (Хабаровск, 2005; Владивосток, 2007);

– Всероссийская конференция «Фундаментальные и прикладные вопросы механики», посвященная 70-летию со дня рождения академика В.П. Мясникова (Владивосток, 2006).

Диссертация в целом докладывалась на семинарах лаборатории механики деформируемого твердого тела ИАПУ ДВО РАН под руководством чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессора А.А. Буренина.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 10 печатных работ.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы (209 наименований). Общий объем работы – 142 страницы, в том числе 55 рисунков, включенных в текст.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во ***введении*** проведен обзор литературы, посвященной построению теории пластичности. Главное внимание при этом уделяется построению математической модели больших упругопластических деформаций. Отмечается, что теория больших деформаций материалов с упругими и пластическими свойствами является одним из интенсивно развивающихся направлений современной механики. За свою полувековую историю развития данное направление уже представлено не одной сотней публикаций, включая монографии. Значительный вклад в развитие теории внесли отечественные исследователи В.Ф. Астапов, А.А. Буренин, Г.И. Быковцев, Д.Д. Ивлев, Л.В. Ковтанюк, В.Н. Кондауров, С.Н. Коробейников, В.И. Левитас, А.А. Маркин, В.П. Мясников, Н.В. Новиков, В.А. Пальмов, А.А. Поздеев, А.А. Роговой, А.Н. Спорыхин, П.В. Трусков, А.Д. Чернышов, А.В. Шитиков и

др. Отмечается также значительный вклад зарубежных ученых, таких как R.J. Clifton, A.E. Green, R. Hill, J. Kratochvil, E.H. Lee, P.M. Naghdi, S. Nemat-Nasser, W. Prager, F. Sidoroff и др.

Проведенный обзор литературы позволил сформулировать цель диссертации и ее задачи. Описана также структура диссертации по главам и разделам.

**Первая глава** диссертации носит вводный характер. Здесь выписываются основные соотношения принимаемой модели больших упруговязкопластических деформаций. Принимается способ Эйлера для описания процесса деформирования среды.

В § 1.1 строится кинематика больших упругопластических деформаций. Основное внимание при этом уделяется разделению полных деформаций на обратимую и необратимую составляющие. Определения данных составляющих полных деформаций связываются с записью для них уравнений переноса

$$\begin{aligned} \frac{De_{ij}}{Dt} &= \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p - \frac{1}{2} \left( (\varepsilon_{ik} - \varepsilon_{ik}^p + z_{ik}) e_{kj} + e_{ik} (\varepsilon_{kj} - \varepsilon_{kj}^p - z_{kj}) \right), \\ \frac{Dp_{ij}}{Dt} &= \frac{dp_{ij}}{dt} + p_{is} r_{sj} + r_{si} p_{sj} = \varepsilon_{ij}^p - p_{is} \varepsilon_{sj}^p - \varepsilon_{si}^p p_{sj} \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i}), \quad w_{ij} = \frac{1}{2} (v_{i,j} - v_{j,i}), \\ v_i &= \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i}{\partial x_m} v_m = \frac{du_i}{dt}, \quad z_{ij} = r_{ij} - w_{ij}. \end{aligned} \quad (1)$$

В соотношениях (1)  $u_i$  и  $v_i$  – компоненты перемещений и скорости точек среды,  $e_{ij}$  и  $p_{ij}$  – компоненты тензоров упругих и пластических деформаций,  $\varepsilon_{ij}^p$  – тензор скоростей изменения пластических деформаций, символом  $D/Dt$  обозначена принимаемая в дальнейшем объективная производная по времени.

Выбор тензора  $r_{ij}$  в качестве тензора вращений в (1) связан с требованием неизменности тензора пластических деформаций  $p_{ij}$  в условиях разгрузки ( $\varepsilon_{ij}^p = 0$ ). Нелинейная часть тензора вращений приведена в работе. Как следует из (1), компоненты тензора пластических деформаций в условиях разгрузки изменяются так же, как и при жестком вращении. Для компонент тензора полных деформаций Альманси  $d_{ij}$  из (1) вытекает его представление через обратимые и необратимые деформации

$$d_{ij} = e_{ij} + p_{ij} - \frac{1}{2} e_{is} e_{sj} - e_{ik} p_{kj} - e_{ik} p_{kj} + e_{ik} p_{ks} e_{sj}. \quad (2)$$

В § 1.2 приведены следствия законов термодинамики для упругопластической среды при ее обратимом деформировании и разгрузке. Принимается гипотеза о независимости термодинамического потенциала (свободная энергия) от необратимых деформаций. В этом случае в качестве отмеченного следствия записаны аналоги формулы Мурнагана и уравнение баланса энтропии.

Такие же следствия законов термодинамики в областях необратимого деформирования приводятся в § 1.3. В условиях принципа максимума Мизеса записан ассоциированный закон пластического течения. Здесь же определяется механический смысл источника в уравнении переноса тензора необратимых деформаций, то есть вводится тензор скоростей изменения пластических деформаций.

Дальнейшая конкретизация модели проводится в § 1.4. Она связана с выбором упругого потенциала, задающего консервативный механизм деформирования, и пластического потенциала, определяющего диссипативный механизм такого процесса. Для изотропной несжимаемой среды в области обратимого деформирования упругий потенциал принимается в форме

$$W = W(I_1, I_2) = -2\mu I_1 - \mu I_2 + b I_1^2 + (b - \mu) I_1 I_2 - \zeta I_1^3 + \dots \quad (3)$$

$$I_1 = d_{ii}, \quad I_2 = d_{ik} d_{ki}, \quad I_3 = d_{ik} d_{kj} d_{ji}.$$

Здесь  $\mu$  – модуль сдвига,  $b$ ,  $\zeta$  – упругие модули более высокого порядка. В областях, где необратимые деформации накапливаются или просто присутствуют, инварианты  $I_1, I_2, I_3$  тензора деформаций Альманси  $d_{ij}$  в (3) следует заменить на инварианты  $L_1, L_2, L_3$  тензора обратимых деформаций:

$$L_1 = c_{ii}, \quad L_2 = c_{ik} c_{ki}, \quad L_3 = c_{ik} c_{kj} c_{ji}, \quad c_{ij} = e_{ij} - \frac{1}{2} e_{ik} e_{kj}.$$

Напряжения  $\sigma_{ij}$  с обратимыми деформациями связываются с помощью формул, вполне аналогичной формуле Мурнагана в нелинейной теории упругости

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + \frac{\partial W}{\partial d_{ik}} (\delta_{kj} - 2d_{kj}) \text{ при } p_{ij} \equiv 0,$$

$$\sigma_{ij} = -p_1 \delta_{ij} + \frac{\partial W}{\partial e_{ik}} (\delta_{kj} - e_{kj}) \text{ при } p_{ij} \neq 0, \quad (4)$$

$$W = W(I_1, I_2) \text{ при } p_{ij} \equiv 0; \quad W = W(L_1, L_2) \text{ при } p_{ij} \neq 0.$$

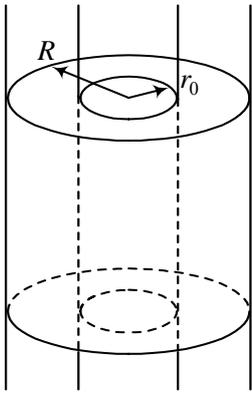
В (4)  $p$  и  $p_1$  – неизвестные функции добавочного гидростатического давления.

Поверхность нагружения, выступающая в условиях принятия принципа максимума Мизеса в качестве пластического потенциала, принимается в форме

$$\max|\sigma_i - \sigma_j| = 2k + 2\eta \max|\varepsilon_k^p|. \quad (5)$$

Здесь  $\sigma_i$  – главные значения тензора напряжений,  $k$  – предел текучести материала,  $\eta$  – коэффициент вязкости.

Во *второй главе* получено точное решение о конечном продвижении упруговязкопластической пробки высоты  $l$ , расположенной в зазоре между двумя жесткими коаксиальными цилиндрическими поверхностями.



Постановка задачи описана в § 2.1. Предполагается, что упруговязкопластическая среда заполняет часть пространства между жесткими цилиндрическими поверхностями радиусов  $r = r_0$  и  $r = R$  (рис.1). Изменение давления на граничных поверхностях пробки задано в виде

$$\sigma_{zz}(r_*, u(r_*(t), t)) = -p(t), \quad \sigma_{zz}(r_*, l + u(r_*(t), t)) = 0,$$

где  $r_*(t)$  – переменная координата максимального перемещения граничных точек пробки ( $u'(r_*(t)) = 0$ ). На обеих жестких стенках выполнены условия прилипания материала

$$u(R, t) = u(r_0, t) = v(R, t) = v(r_0, t) = 0$$

В этом же параграфе в качестве начального условия для последующего процесса вязкопластического течения решается задача упругого равновесия среды, пока в окрестности поверхности  $r = r_0$  не начнется течение. Вычисляется необходимый для начала вязкопластического течения перепад давления.

Такое развивающееся вязкопластическое течение в рамках квазистатического приближения изучается в § 2.2. Оно продолжается до тех пор, пока напряженное состояние на граничной поверхности  $r = R$  не выйдет на поверхность нагружения. В этом случае вычисляются напряжения и перемещения во всем объеме, занятом деформируемым материалом, указывается закономерность продвижения упругопластической границы.

В § 2.3 рассчитывается процесс продавливания пробки, когда области вязкопластического течения развиваются от обеих жестких цилиндрических поверхностей. Уравнения равновесия в этом случае интегрируются как в областях вязко-

пластического течения  $r_0 \leq r \leq r_1(t)$  и  $r_2(t) \leq r \leq R$ , так и в области упругого ядра  $r_1(t) < r < r_2(t)$ . На упругопластических границах  $r = r_1(t)$  и  $r = r_2(t)$  требуем выполнения условий равенства напряжений и перемещений.

В § 2.4 продолжающееся вязкопластическое течение изучается в условиях, когда изменение перепада давления прекращается и остается в дальнейшем постоянным. Вычисляются распределения скоростей по областям вязкопластического течения, скорость продвижения упругого ядра и напряжения в зависимости от радиуса и координаты по высоте пробки. На рис. 2 показано развитие зон вязкопластического течения  $r_1 \rightarrow r_1/l$  и  $r_2 \rightarrow r_2/l$  со временем; при этом до момента времени  $t = t_2$  ( $\tau_2 = \alpha t_2$ ) давление увеличивалось:  $p(t) = p_0(1 + \alpha t)$  ( $\alpha = const$ , давление  $p_0$  соответствует началу течения), а, начиная с момента времени  $t = t_2$  – оставалось постоянным; момент времени  $t = t_1$  соответствует началу течения у поверхности  $r = R$ .

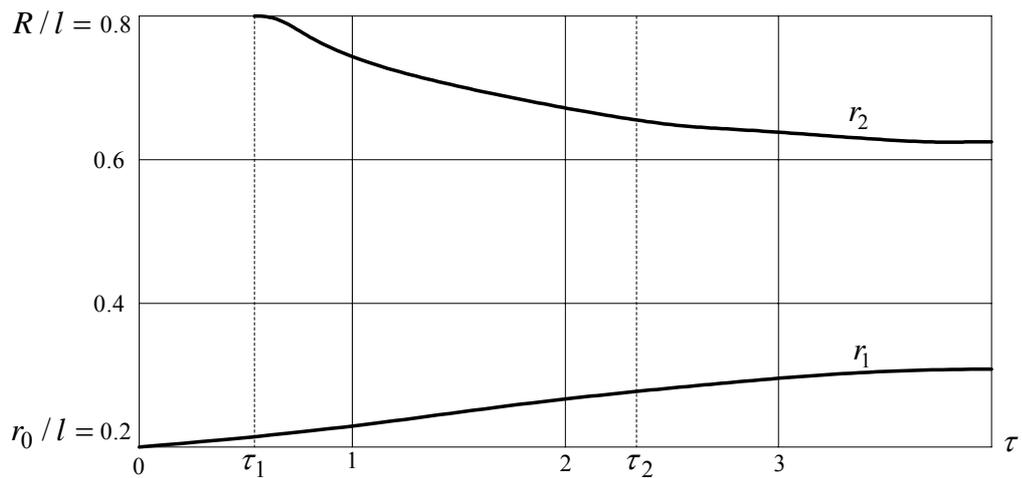


Рис. 2.

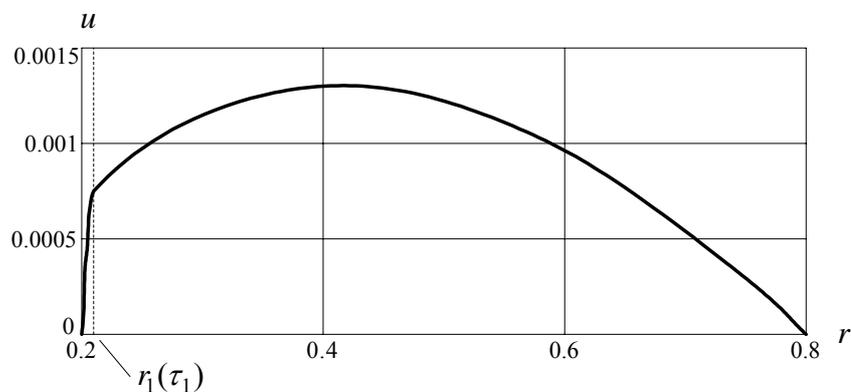


Рис. 3.

Зависимости перемещения  $u \rightarrow u/l$  и скорости  $v \rightarrow v\eta/l\mu$  от радиуса

$r \rightarrow r/l$  в момент времени  $t = t_1$  приведены на рис. 3 и 4 соответственно, в моменты времени  $t = t_2$  (сплошные кривые) и  $t_3 > t_2$  (штриховые кривые) на рис. 5 и 6.

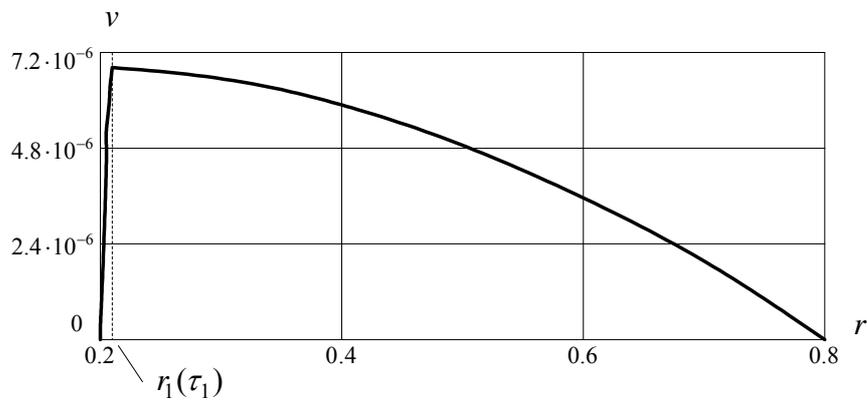


Рис. 4.

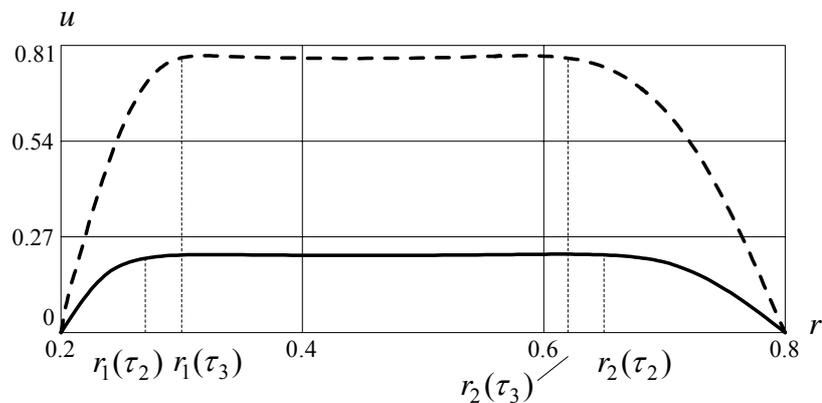


Рис. 5.

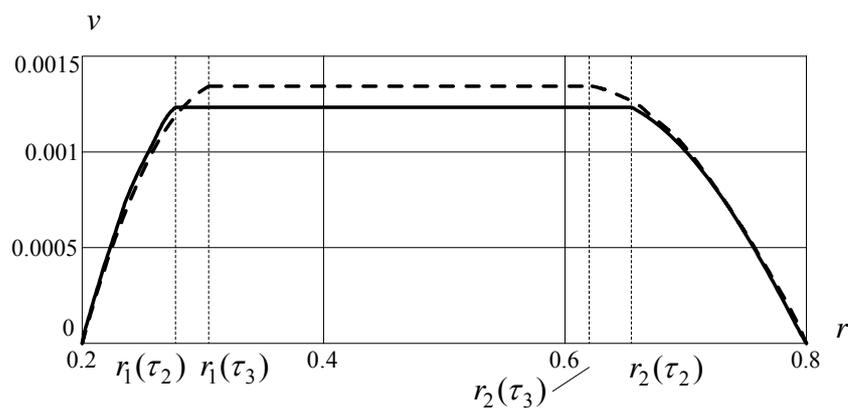


Рис. 6.

Разгрузка среды осуществляется при пропорциональном времени снижении перепада давления  $p_1$  в § 2.5. При этом вязкопластическое течение прекращается сразу же, как только перепад давления начинаем уменьшать. Дальнейший процесс деформирования связан только с упругим откликом. Его параметры также рассчитаны в любой произвольный момент времени после начала процесса раз-

грузки. Одним из таких моментов, в частности, является момент полной разгрузки, когда давление с обеих сторон пробки равно нулю. Таким способом вычисляется уровень и распределение возникших остаточных напряжений. Показано, что в момент полной разгрузки  $\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = 0$ . Изменение компоненты  $\sigma_{rz}$  напряжения в процессе разгрузки ( $p(t) = p_1(1 - \beta t)$ ) иллюстрирует рис. 7, компонента  $\sigma_{zz}$  в конечный момент разгрузки ( $\tau = 1$ ) показана на рис. 8.

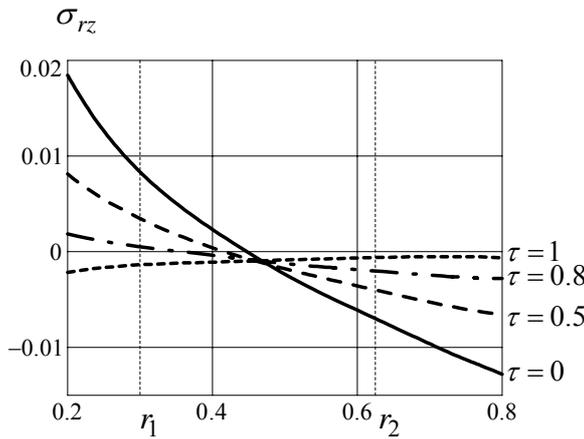


Рис. 7.

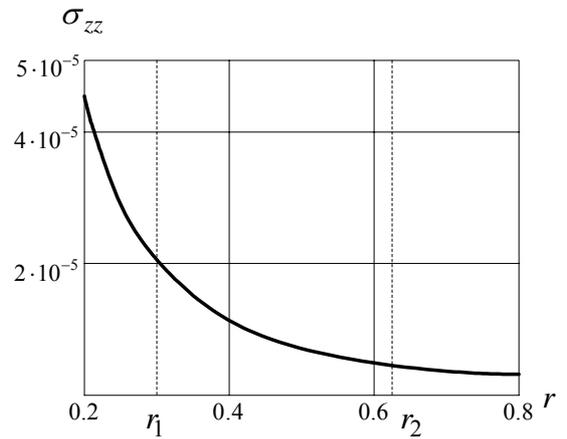


Рис. 8.

В *третьей главе* рассмотрены задачи о вязкопластическом течении материала, когда упруговязкопластическая среда заполняет всю область между цилиндрическими поверхностями, а ее движение вызывается перемещением жестких границ. В § 3.1 изучено движение такой среды, когда одна из поверхностей (внутренняя или внешняя) движется равноускоренно со скоростью  $v = \alpha t$ , в то время как на другой неподвижной поверхности выполнено условие прилипания материала

$$u(R, t) = v(R, t) = 0 \text{ или} \\ u(r_0, t) = v(r_0, t) = 0. \quad (6)$$

Решены задачи об упругом равновесии материала до момента начала вязкопластического течения. Показано, что течение начинается в окрестности внутренней жесткой стенки  $r = r_0$ , как в случае движения внутреннего жесткого цилиндра, так и внешнего, то есть развивающаяся область вязкопластического течения занимает слой  $r_0 \leq r \leq r_1(t)$ . В области  $r_1(t) \leq r \leq R$  материал деформируется обратимо. Параметры напряженно-деформированного состояния

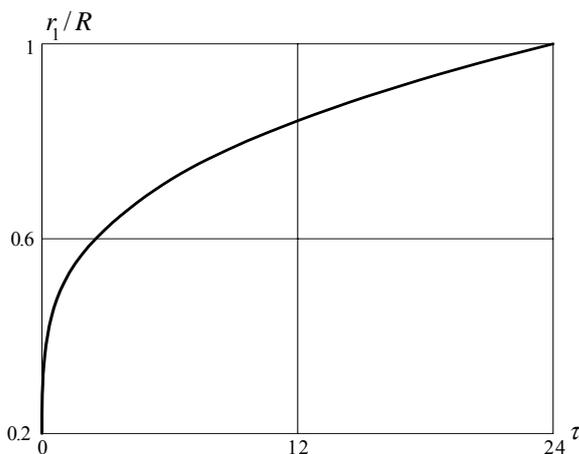


Рис. 9

деформируется обратимо. Параметры напряженно-деформированного состояния

находятся в каждый момент времени интегрированием уравнений равновесия при условии равенства напряжений, перемещений и скоростей на движущейся границе области вязкопластического течения  $r = r_1(t)$ . Несмотря на то, что компоненты скоростей и перемещений для случаев движения внутреннего и внешнего цилиндров различны, уравнение движения данной границы получено одинаковое для обоих случаев. Развитие области вязкопластического течения  $\frac{r_1}{R}$  от времени

$$\tau = \frac{\alpha t^2}{r_0} \text{ приведено на рис. 9.}$$

Торможение связано с равнозамедленным движением жестких поверхностей

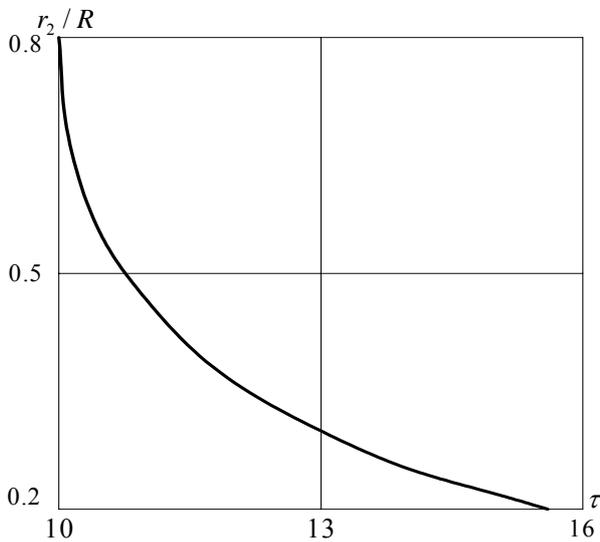


Рис. 10.

до полной остановки:  $v = \alpha t_1 - \beta(t - t_1)$ .

Деформируемая область в этом случае состоит из области продолжающегося вязкопластического течения  $r_0 \leq r \leq r_2(t)$ , области  $r_2(t) \leq r \leq r_1$  с не изменяющимися компонентами тензора необратимых деформаций и области обратимого деформирования  $r_1 \leq r \leq R$ . Закономерность продвижения поверхности  $r = r_2$  в процессе торможения показано на рис. 10. В конечный момент торможения  $t = t_k$   $r_2$  совпадает с поверхностью  $r = r_0$ . Таким образом,

компоненты тензора пластических деформаций будут постоянными во всей области  $r_0 \leq r \leq r_1$ . Рассмотрена разгрузка материала при снятии напряжений, вычислены скорости и перемещения.

В § 3.2 решены аналогичные задачи, когда в слое основного материала  $r_0 \leq r \leq R$  с пределом текучести  $k_1$  расположен слой другого материала  $r_1 \leq r \leq r_2$  ( $r_1 > r_0$ ,  $r_2 < R$ ) с пределом текучести  $k_2$  ( $k_2 < k_1$ ). При движении внешней жесткой поверхности размеры слоя выбраны так, что выполнено неравенство  $k_2 r_1 < k_1 r_0$ . В этом случае вязкопластическое течение начинается на границе слоя  $r = r_1$ . Затем, после некоторого развития такой области вязкопластического течения, условие пластичности выполнится и на поверхности  $r = r_0$ .

Течение на поверхности  $r = r_2$  начнется через некоторое время после того, как сначала граница области вязкопластического течения достигнет поверхности слоя  $r = r_2$ , затем вторая граница совпадет с поверхностью  $r = r_1$ . При уменьшении скорости движения внешней жесткой поверхности  $r = R$  до полной остановки компоненты тензора необратимых деформаций перестают изменяться сначала в области, где вязкопластическое течение началось последним, затем в слое  $r_0 \leq r \leq r_1$ , и наконец, в слое  $r_1 \leq r \leq r_2$ . Качественно процессы, происходящие при развитии течения, его торможении, остановке и разгрузке, не отличаются от процессов, исследованных в §3.1. Характерные графики движения областей вязкопластического течения при развитии течения и его торможении аналогичны представленным на рис. 9 и 10 соответственно. Графические зависимости для компонент перемещений приведены в диссертации.

В случае движения внутренней жесткой поверхности решен ряд аналогичных задач, только размеры слоя выбирались так, что в данном случае вязкопластическое течение начинается в окрестности внутренней жесткой стенки  $r = r_0$ , а затем на границе слоя  $r = r_1$ .

В *заключении* приведены основные результаты диссертации, состоящие в следующем:

1. В рамках модели больших упруговязкопластических деформаций проведена постановка и получено точное решение задачи о конечном продвижении упруговязкопластической пробки, расположенной между жесткими коаксиальными цилиндрическими поверхностями за счет изменяющегося во времени перепада давления. Рассчитаны поля деформаций (как обратимых, так и необратимых), напряжений и скоростей движения среды на всех стадиях процесса, включающего развитие движения, последующее движение при постоянном перепаде давления, остановку и полную разгрузку при снятии перепада давления.

2. Указаны условия зарождения вязкопластических течений, закономерности возникновения и продвижения упругопластических границ, продвижения упругого ядра. Рассчитано итоговое поле остаточных напряжений и деформаций.

3. Проведены расчеты в цикле краевых задач теории больших упруговязкопластических деформаций, связанных с прямолинейным движением материала между двумя жесткими коаксиальными цилиндрическими поверхностями, включающем зарождение вязкопластического течения, его развитие, торможение до остановки и последующую разгрузку. Отдельно рассмотрен случай присутствия в среде слоя более податливого материала.

4. Показано, что в случае однородности материала вязкопластическое течение

всегда начинается в окрестности внутренней жесткой цилиндрической поверхности, как при ее задаваемом движении, так и при задании движения внешней цилиндрической поверхности. Получена закономерность продвижения упругопластической границы, как при развитии течения, так и при его торможении. Показано, что в условиях торможения упругопластическая граница, отделяющая область продолжающегося вязкопластического течения от области, где накопленные необратимые деформации не изменяются, оказывается поверхностью разрывов скоростей необратимых деформаций.

5. При наличии в материале более податливого слоя установлены критерии зарождения течения либо на границе слоя, либо на внутренней границе основного материала. То же относится и к условиям остановки вязкопластического течения. Установлено, что вязкопластическое течение при его развитии может одновременно происходить и в слое, и в основном материале, но при торможении данная ситуация невозможна, то есть вязкопластическое течение присутствует либо в слое, либо в основном материале.

### **ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

1. Мазелис А.Л. О волочении упругопластического материала сквозь жесткую матрицу, составленную из двух концентрических цилиндров // Тезисы докладов Дальневосточной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых по математическому моделированию. Владивосток, 22 – 24 ноября 2004 г. Владивосток: ИПМ ДВО РАН, 2004. С. 36 – 37.
2. Ковтанюк Л.В., Мазелис А.Л., Мурашкин Е.В. Расчет поля остаточных напряжений в упругопластической среде с усложненными реологическими свойствами // Сборник докладов региональной научно-технической конференции «Молодежь и научно-технический прогресс». Владивосток, 27 – 30 апреля 2004 г. Владивосток: ДВГТУ, 2004. Ч. 1. С. 178-179.
3. Мазелис А.Л. Изучение свойств упругопластического материала при продавливании между двух коаксиальных цилиндрических поверхностей // Тезисы докладов XXX Дальневосточной математической школы-семинара им. академика Е.В. Золотова. Хабаровск, 21 – 27 августа 2005 г. Хабаровск: ДВГУПС, 2005. С. 91 – 92.
4. Andrey L. Mazelis. About drawing elastoplastic material through the rigid matrix consist of two concentric cylinders // Sixth International Student's Congress of the Asia-Pacific Region Countries "Young People & Technical Pro Progress". Russia. Vladivostok: FESTU, 2005. С. 134 – 135.

5. Буренин А.А., Ковтанюк Л.В., Мазелис А.Л. Продавливание упруговязкопластического материала между жесткими коаксиальными цилиндрическими поверхностями // Прикладная математика и механика. 2006. Т. 70, вып. 3. С. 481 – 489.
6. Ковтанюк Л.В., Мазелис А.Л. Процесс волочения упруговязкопластического материала между жесткими коаксиальными цилиндрическими поверхностями // Материалы Всероссийской конференции, посвященной 70-летию со дня рождения академика В.П. Мясникова «Фундаментальные и прикладные вопросы механики». Владивосток, 25-30 сентября 2006 г. Владивосток: ИАПУ ДВО РАН, 2006. С. 67.
7. Буренин А.А., Ковтанюк Л.В., Мазелис А.Л. Об учете упругих свойств среды при её вязкопластическом течении в зазоре между коаксиальными цилиндрическими поверхностями // Вестник Чувашского государственного педагогического университета имени И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. № 1 (4). 2008. С. 70 – 79.
8. Мазелис А.Л. О вязкопластическом течении в зазоре между коаксиальными цилиндрическими поверхностями // Материалы региональной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых стран АТР «Молодежь и научно-технический прогресс». Владивосток: ДВГТУ, 2008. С. 234 – 235.
9. Буренин А.А., Мазелис А.Л. Об учете упругих свойств среды при её вязкопластическом течении в зазоре между движущейся и неподвижной коаксиальными цилиндрическими поверхностями // Региональная научно-техническая конференция «Молодежь и научно-технический прогресс». Сборник тезисов докладов конференции. Владивосток: ДВГТУ, 2009. С. 227 – 228.
10. Буренин А.А., Ковтанюк Л.В., Мазелис А.Л. Развитие и торможение прямолинейного осесимметричного вязкопластического течения и упругое последствие после его остановки // Прикладная механика и техническая физика. 2010. № 2. С. 140 – 147.

**Личный вклад автора.** Работы [1, 3] выполнены автором лично. В работах [2, 4-10] автор участвовал в постановке задач, разработке алгоритмов решения и выполнял все необходимые вычисления.

МАЗЕЛИС Андрей Львович

ПРЯМОЛИНЕЙНЫЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ ДВИЖЕНИЯ  
УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ СРЕД

Автореферат

Подписано к печати 02.04.2010 г.      Усл. п. л. 0.8.      Уч.-изд. л. 0.67.  
Формат 60x84/16.      Тираж 100.      Заказ № 12.

---

Издано ИАПУ ДВО РАН. 690041, г. Владивосток, ул. Радио, 5.  
Отпечатано группой оперативной полиграфии ИАПУ ДВО РАН.  
690041, г. Владивосток, ул. Радио, 5.