На правах рукописи

Кислов Дмитрий Евгеньевич

Устойчивое определение околостационарных спутниковых орбит

05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

Владивосток
2007

Работа выполнена в лаборатории управления и навигации при Институте автоматики и процессов управления ДВО РАН.

Научный руководитель:

доктор технических наук,
профессор
Девятисильный Александр Сергеевич

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,
профессор
Ащепков Леонид Тимофеевич

кандидат технических наук,
доцент
Шевченко Игорь Иванович

Ведущая организация:

Дальневосточный государственный университет (г. Владивосток)

Защита состоится "25" мая 2007 года в " $10^{\underline{00}}$ " часов на заседании диссертационного совета Д 005.007.01 в Институте автоматики и процессов управления ДВО РАН по адресу: 690041, г. Владивосток, ул. Радио, 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института автоматики и процессов управления ДВО РАН.

Автореферат разослан " " ____________2007 года.

Учёный секретарь
диссертационного совета Д 005.007.01, к.т.н. А.В. Лебедев

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Роль искусственных спутников Земли (ИСЗ) в развитии человечества бесспорна. Современные средства связи, системы управления движением объектов в окололоземном пространстве, теле- и радиовещание, интернет, геодезия, метеорология – далеко не полный список прикладных областей, в которых широко используются ИСЗ.

Отдельно следует выделить класс геостационарных ИСЗ (ГИСЗ), являющихся объектом внимания диссертационной работы. Находящиеся на суточно-синхронных орбитах (ССО) объекты данного класса способны длительное время сохранять почти неизменное по отношению к земной поверхности положение, обеспечивая возможность непрерывного своего наблюдения с Земли. Благодаря способности "зависать" над заданным сегментом земной поверхности ГИСЗ широко используются при телевещании, а также в коммуникационных целях.

Теоретические основы методов решения задач определения спутниковых орбит были заложены в 60-х–70-х годах прошлого столетия в работах Т.М. Энеева, П.Е. Эльясберга, М.Л. Лидова, Р.Р. Назирова, Б.Ц. Бахшияна, В.Н. Брандина, В.Н. Почукаева и др., и в последнее время этим задачам уделялось несколько меньшее внимание.

Внедрение цифровых вычислительных технологий при решении задач определения орбит привело к необходимости учета особенностей их представления в компьютерных средах, в отдельных случаях, являющихся решающими при получении высокоточных оценок параметров движения ИСЗ. Несмотря на многочисленные публикации, посвященные задачам определения орбит, взгляд на рассматриваемую проблему в контексте погружения задачи в среду вычислений в настоящее время является развитым не в полной мере. Учитывая, что в последнее время интерес к запуску ИСЗ на околостационарные орбиты существенно вырос, что, в свою очередь, явилось причиной роста заселенности их окрестностей и вызвало необходимость высокоточной навигации управляемых и наблюдения неуправляемых объектов, разрабатываемая в рамках диссертации тема приобретает особую прикладную актуальность.

В теоретико-методологическом плане актуальность работы заключается в развитии модельных представлений задачи определения орбит, а также адаптации условий корректности ее постановки в свете неизбежного погружения задачи в среду вычислений.

Целью работы является разработка и исследование проблемно-ориентированных моделей и вычислительно устойчивых алгоритмов решения задач определения околостационарных орбит ИСЗ.

Задачи исследования. В процессе достижения цели диссертационной работы решались следующие задачи:

- аналитической оценки наблюдаемости околостационарных орбит;
- разработки технологии численно-аналитического анализа корректности математической постановки задач определения спутниковых орбит;
- оценки накапливаемых вычислительных погрешностей при погружении задачи в вычислительную среду;
- локализации спектров операторов;
- выработки условий практической разрешимости рассматриваемых задач в вычислительной среде;
- гарантированной численной оценки устойчивости динамических процедур обработки траекторной информации;
- построения альтернативных моделей задач определения орбит.

Положения, выносимые на защиту:

- численно-аналитический метод исследования корректности математической постановки задач определения спутниковых орбит;
- метод численной оценки устойчивости процедур обработки траекторной информации, основанный на анализе псевдоспектров операторов;
- метод модификации модели задачи определения орбит ИСЗ;
- теоремы разрешимости задачи определения квазистационарных спутниковых орбит.

Научная новизна работы состоит в следующем:

- сформулированы и доказаны утверждения о наблюдаемости околостационарных орбит;
- разработан метод численного анализа корректности математической постановки задачи определения орбит;
- разработана технология численной оценки устойчивости динамических процедур обработки траекторной информации;

– предложена технология модификации традиционных модельных представлений задач определения орбит;

– разработана и исследована новая модель задачи определения орбит.

Научная и практическая ценность работы. Научная значимость работы состоит в том, что в ней предлагается и теоретически обосновывается совокупность методов, составляющих фундамент технологии моделирования и численного исследования задач определения спутниковых орбит.

Практическая значимость работы состоит в том, что ее результаты непосредственно ориентированы на решение прикладных проблем, связанных с созданием устойчивых и высокоточных систем наблюдения околоземного космического пространства.

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием классических результатов вычислительной линейной алгебры, теории дифференциальных уравнений, небесной механики, математической теории систем и подтверждается численными экспериментами.

Апробация работы. По итогам исследований опубликовано 22 работы. Полученные в процессе работы над диссертацией результаты прошли апробацию на международных, всероссийских и региональных конференциях: IX Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике (Нижний Новгород, 2006); 13th International Conference On The Methods of Aerophysical Research (Novosibirsk, 2007); Дальневосточной математической школе-семинаре им. акад. Е.В. Золотова (Владивосток, Хабаровск, 2002-2006гг); Вологдинских чтениях ДВГТУ (Владивосток, 2003, 2005); Sixth International Young Scholars Forum of the Asia-Pacific Region Countries (Vladivostok, 2005); Fifth International Young Scholars Forum of the Asia-Pacific-Region Countries (Vladivostok, 2003); Региональной научно-технической конференции молодежь и научно-технический прогресс (Владивосток, 2004); Дальневосточной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых по математическому моделированию (Владивосток, 2002–2003гг).

Результаты работы докладывались и обсуждались на семинарах лаборатории управления и навигации и межлабораторных семинарах "Физика и управление" в Институте автоматики и процессов управления ДВО РАН (2006–2007гг).

Структура и объем работы. Диссертация изложена на 137 страницах машинописного текста, состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы; содержит 49 иллюстраций и 12 таблиц. Список литературы составляет 132 наименования.

Краткое содержание диссертации

Во введении указаны актуальность темы исследования, цель работы, положения, выносимые на защиту, и новизна полученных результатов.

В первой главе приводится краткий проблемно-ориентированный исторический обзор, дается математическая постановка задачи определения орбит, рассматриваются методы ее решения.

Базовая модель задачи определения орбит по измерениям представляется в виде

$$\begin{aligned} &\ddot{r} = g(r) + f(r, \dot{r}, t), \\ &Z(t) = \Psi(r, \dot{r}, t) + \zeta, \end{aligned} \tag{1}$$

где $r, \dot{r}$ – векторы положения и скорости объекта; $g(r)$ – модель вектора напряженности гравитационного поля Земли; μ – гравитационный параметр Земли; f – вектор сил, возмущающих орбиту ИСЗ; Z – вектор измерений; Ψ – модель измеряемой вектор-функции; ζ – вектор инструментальных погрешностей измерений.

Задача состоит в том, чтобы по совокупности траекторных измерений $\{Z(t_i)\}$, выполненных на некотором ограниченном множестве времен $\Delta = \{t_1, \ldots, t_N\}$, определить траекторию принадлежащую классу, порождаемому динамической частью системы (1).

В качестве методов решения данной задачи в работе выбираются метод наименьших квадратов, фильтр Калмана и его винеровская интерпретация.

Во второй главе проводятся аналитические и численно-аналитические исследования разрешимости задачи определения орбит.

В параграфе 2.1 исследуется локальная разрешимость задачи (1), для чего выполняется ее линеаризация около геостационарной траектории. Соответствующая модель "в малом" (для центрального гравитационного поля Земли) имеет вид

$$\begin{aligned} &\delta\dot{x} = A\delta x, \delta x_0, \delta x^T = (\delta r^T, \delta v^T), \\ &\delta Z = H\delta x, \\ &A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3U_E^2 & 0 & 0 & 0 & 2U_E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2U_E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -U_E^2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \tag{2}$$

где $\delta r, \delta v$ – первые вариации координат и скоростей КА соответственно; H – матрица наблюдения, составленная из частных производных модельной функции измерений (Ψ) по фазовым координатам; U_E – угловая скорость вращения Земли. В отношении наблюдаемости динамической системы (2) доказаны утверждения:

`Теорема 2.1.1.` При любой скалярной непрерывно дифференцируемой модельной функции измерений Ψ, такой, что $\dfrac{\partial \Psi}{\partial t} = 0$, соответствующая линейная система (2) является ненаблюдаемой.

`Теорема 2.1.3.` Пусть s размерность модельной векторной функции измерений, а H $\left(h_{ij} = \dfrac{\partial \Psi_i}{\partial x_j}\right)$ соответствующая матрица наблюдения. Тогда для наблюдаемости системы вида (2) необходимо, чтобы

$$\sum_{i=1}^{s} \left(\frac{\partial \Psi_i}{\partial x_2}\right)^2 \neq 0. \tag{3}$$

`Теорема 2.1.4.` Если векторная функция измерений размерности 2 ($\Psi = \{\Psi_1, \Psi_2\}$) зависит только от фазовых координат движения объекта, то для наблюдаемости (2) необходимо и достаточно, чтобы ее якобиан имел полный ранг и

$$\left[\left(\frac{\partial \Psi_1}{\partial x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Psi_2}{\partial x_2}\right)^2\right] \left[\left(\frac{\partial \Psi_1}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Psi_2}{\partial x_3}\right)^2\right] \neq 0. \tag{4}$$

В параграфе 2.2 приводятся примеры применения доказанных в п. 2.1 теорем. Исследуется разрешимость задач определения околостационарных орбит в конкретных измерительных ситуациях (дальномерной, угловой).

Параграф 2.3 посвящен методу численно-аналитического исследования разрешимости задачи определения орбит. По сути здесь идет речь о построении формально строгой процедуры численной оценки локальной наблюдаемости задачи (1). Для чего при достаточно общих положениях относительно точности компьютерных вычислений строится численно-аналитическая оценка погрешности реализации в компьютерной среде образа L_c оператора связи "состояние–измерение"
$L = (\Phi^T(t_1, t_0)H^T(t_1), \ldots, \Phi^T(t_N, t_0)H^T(t_N))^T$.

$$\frac{\|L - L_c\|}{\|L\|} \leq P\sqrt{\min(s \cdot N, m)}, \tag{5}$$

где $P = \max\limits_{t_i}\left(K\dfrac{\|H_c\|_F^c\|\Phi_c\|_F^c}{S\|(H_c\Phi_c)_c\|_F^c - K\|H_c\|_F^c\|\Phi_c\|_F^c}\right), i = \overline{1,N}$; N – количество измерений; m, s – размерности векторов параметров состояния и измерения соответственно; $\|\cdot\|$ – спектральная норма матрицы;

$$
\begin{aligned}
&K = \frac{(1+\varepsilon_H)(1+\varepsilon_\Phi)m\varepsilon_1}{1-\dfrac{m-1}{2}\varepsilon_1} + (1+\varepsilon_H)\varepsilon_\Phi + \varepsilon_H;\\
&S = (1-2R(m,s))(1-R(m,m))(1-\varepsilon_H)(1-\varepsilon_\Phi);\\
&R(p,q) = \left(1+\frac{pq\varepsilon_1}{2+(1-pq)\varepsilon_1}\right)\varepsilon_1 + \frac{pq\varepsilon_1}{2+(1-pq)\varepsilon_1};
\end{aligned}
$$

ε_1 – относительная точность представления вещественных чисел в ЭВМ; $R(p,q)$ – относительная точность вычисления фробениусовой нормы произвольной $p \times q$ матрицы; $\varepsilon_H, \varepsilon_\Phi$ – относительные точности с которыми известны матрицы H и Φ соответственно; $\|\cdot\|_F^c$ – значение фробениусовой нормы матрицы, найденное в вычислительной среде.

Далее формулируется следующее предложение.

`Предложение 2.3.1.` Для невырожденности возмущенного (L_c) и исходного (L) операторов (а следовательно, локальной наблюдаемости задачи (1)) достаточно выполнения неравенств

$$
\frac{\sqrt{m}P}{1-\sqrt{m}P}\mu(L_c) < 1, \ \sqrt{m}P < 1, \qquad (6)
$$

где $\mu(L_c)$ – спектральное число обусловленности оператора L_c.

Для случая околостационарных орбит приводятся примеры применения достаточных условий (6).

Учитывая, что для ситуаций, имеющих практический интерес $S \gg K$, можно принять $P = KG(\lambda, \varphi)$, где

$$
G(\lambda,\varphi) = \max_{t_i}\frac{\|H(t_i,\lambda,\varphi)\|_F^c\,\|\Phi(t_i,t_0)\|_F^c}{\|H(t_i,\lambda,\varphi)\Phi(t_i,t_0)\|_F^c};
$$

λ, φ – соответственно долгота и широта пункта наблюдения (НП).Вид функции $G(\lambda,\varphi)$ весьма важен при интерпретации неравенств (5) и (6).

Характерный вид изолиний функции $G(\lambda,\varphi)$ для случая однопозиционных дальномерных наблюдений из НП с географическими координатами (λ,φ) и ССО с наклонением $i = 0.5^\circ$ и эксцентриситетом $e = 0.001$ представлен на рис. 1, где области значений G обозначены следующим образом: 0 – $0 \le G(\lambda,\varphi) \le 5$; 1 – $5 \le G(\lambda,\varphi) \le 10$; 2 – $10 \le G(\lambda,\varphi) \le 20$; 3 – $20 \le G(\lambda,\varphi) \le 30$; 4 – $30 \le G(\lambda,\varphi) \le 60$; 5 – $60 \le G(\lambda,\varphi) \le 500$.

Отметим, что с уменьшением различия между параметрами долготы наземного пункта наблюдения и стационарной точки (см. рис. 1), над которой происходит зависание ИСЗ, следует ожидать увеличения относительных возмущений оператора L. Этот факт находит свое отражение при итерационном решении задачи определения орбит. При смещении позиции наблюдателя по долготе к подспутниковой точке отмечается значительное сужение соответствующих областей сходимости, а соответствующие числовые значения обусловленности оператора связи "состояние-измерение" возрастают.

Материалы параграфа изложены в публикациях [1, 3, 11, 12, 13, 16, 17].

В параграфе 2.4 приводится один из возможных вариантов современной интерпретации парадокса Лапласа о скорости распространения гравитационных взаимодействий.

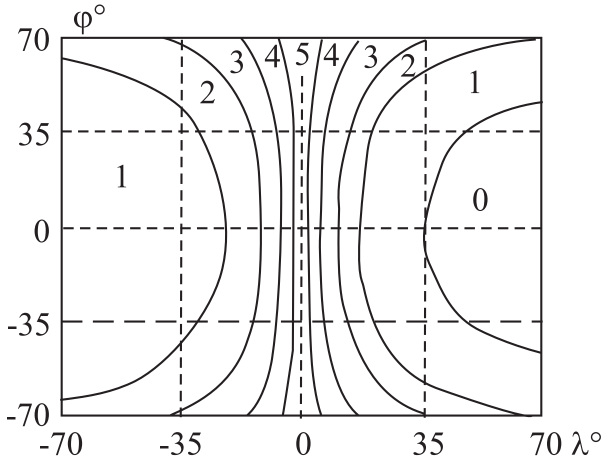

Рис. 1

Концепция предлагаемого исследования заключается в постановке обратной задачи – определения параметра c_g, отождествляемого со "скоростью гравитационных взаимодействий", для следующей системы "состояние-измерение"

$$\begin{aligned} \ddot{r}(t) &= -\mu \frac{r(t-\tau)}{\|r(t-\tau)\|^3}, \\ Z(t) &= \Psi(r, \dot{r}, t) + \zeta, \end{aligned} \tag{7}$$

где $\tau = \dfrac{|r(t)|}{c_g}$; ζ – вектор инструментальных погрешностей траекторных измерений.

Для соответствующей задачи в малом, численно исследуется разрешимость, формируются оценки чисел обусловленности оператора задачи.

На рис. 2 изображены земные трассы кеплеровой орбиты (жирная восьмерка) и модели динамической части (7) при $c_g = c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с^2 на временном интервале $[0, 4 \cdot 10^5]$с.

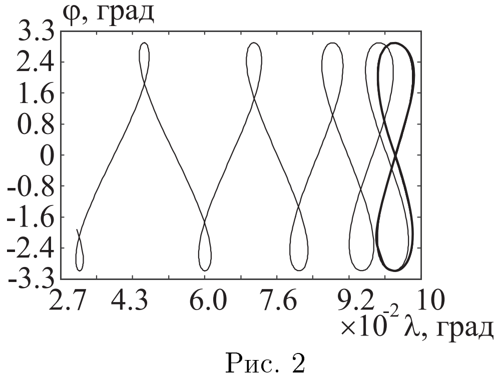

Рис. 2

По результатам численных экспериментов делается вывод, что задача определения скорости гравитационных взаимодействий (c_g) в обозначенных выше модельных представлениях является принципиально разрешимой и с точки зрения вычислительной устойчивости вполне толерантной к относительной компьютерной точности. Вместе с тем большие значения чисел обусловленности оператора связи "состояние-измерение" приводят к усилению влияний инструментальных погрешностей измерений, что с учетом состояния и перспектив развития технологий измерений по крайней мере на ближайшее будущее указывает на нецелесообразность постановки реального физического эксперимента. Результаты этого исследования опубликованы в [5].

Третья глава посвящена практическим аспектам реализации методов решения задачи определения орбит в компьютерных средах.

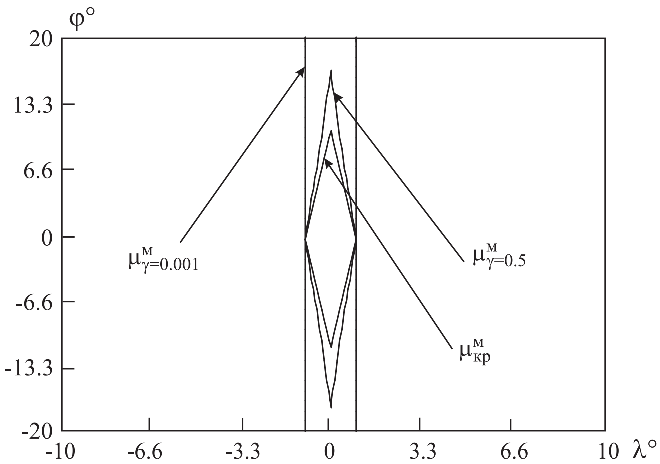

Рис. 3

В параграфе 3.1 строится оценка вычислительных погрешностей численного решения системы уравнений с оператором связи "состояние-измерение" L, на основе которой формируется класс критических значений чисел обусловленности μ_γ^{M}, определяемых из условия ограниченности величиной γ относительных погрешностей МНК-решения системы с оператором L

$$\mu_\gamma^{\text{M}} \simeq \frac{\gamma}{(k(p,q)+8q+58)\varepsilon_1}, \tag{8}$$

где $k(p,q)=\sqrt{q}(2q-3)(4p+27)$; $\dim L = p\times q$.

На рис. 3 представлены линии уровня чисел обусловленности оператора L для случая дальномерных однопозиционных наблюдений с опорной ССО $i=2^\circ, e=0$ (измерения осуществляются на интервале 86164 с. каждые каждые 15 мин, вычисления ведутся с относительной точностью $\varepsilon_1 \approx 2.2\cdot 10^{-16}$) в зависимости от географического положения НП. Видно, что неразрешимыми являются ситуации, когда НП расположен внутри линии $\mu_{\text{Кр}}^{\text{M}}$ $\left(\mu_{\text{Кр}}^{\text{M}} = (k(p,q)+4q+30)^{-1}\varepsilon_1^{-1}\right)$, т.е. достаточно близко к подспутниковой точке $(0^\circ,0^\circ)$. Для получения точностей выше, чем $\gamma=0.001$ пункт наблюдения должен быть вне соответствующей области, определяемой линией $\mu_{\gamma=0.001}^{\text{M}}$.

В параграфе 3.2 формируется процедура гарантированной оценки устойчивости динамических процедур обработки траекторной информации на основе анализа псевдоспектров операторов задачи. Формулируется и доказывается теорема о спектральных портретах двух близких по норме операторов и приводятся ее следствия.

`Теорема 3.2.1` Пусть F и $\tilde{F}$ соответственно точный и возмущенный операторы задачи, удовлетворяющие неравенству $\|F - \tilde{F}\| \le \gamma \|F\|$. Тогда любой $\tilde{\varepsilon}$–спектр $(\Lambda_{\tilde{\varepsilon}}(\tilde{F}))$ оператора $\tilde{F}$ $(\tilde{\varepsilon} > \tilde{\varepsilon}^*)$, содержит ε–спектр $(\Lambda_{\varepsilon}(F))$ невозмущенного оператора F, причем:

$$\tilde{\varepsilon}^* = \frac{\gamma + \varepsilon}{1 - \gamma}. \tag{9}$$

`Следствие 3.2.1` Если $\tilde{\varepsilon}_0$–спектр возмущенного оператора $\tilde{F}$ целиком содержится в области Θ, причем $\exists\, P :\ P \in \partial\tilde{\Lambda}_{\tilde{\varepsilon}_0}(\tilde{F})$ и $P \in \partial\Theta$, то при выполнении

$$\gamma < \gamma^* = \frac{\tilde{\varepsilon}_0}{1 + \tilde{\varepsilon}_0}$$

существует ненулевой ε–спектр оператора F целиком содержащийся в $\tilde{\varepsilon}_0$–спектре $\tilde{F}$.

`Следствие 3.2.2` Для того, чтобы невозмущенный оператор F был устойчив, при условии, что спектр оператора $\tilde{F}$ находится в области устойчивости (см. рис. 4), достаточно выполнения:

$$\gamma < \gamma^* = \frac{\tilde{\varepsilon}_0}{1 + \tilde{\varepsilon}_0},$$

где $\tilde{\varepsilon}_0 > 0$ такое, что $\exists\, P \in \mathbb{C}$: $P \in \partial\Lambda_{\tilde{\varepsilon}_0}(\tilde{F})$ и $Re(P) = 0$ (в дискретном случае $|P| = 1$).

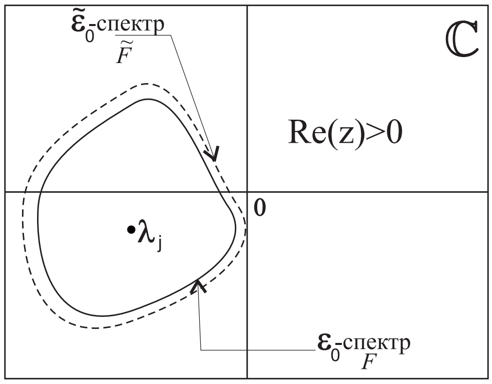

Рис. 4

`Следствие 3.2.3` Для невырожденности исходной и возмущенной систем, заданных операторами F и $\tilde{F}$ соответственно, достаточно выполнения $\gamma < \gamma^* = \dfrac{1}{1 + \mu(\tilde{F})}$, где $\mu(\tilde{F})$ – конечное спектральное число обусловленности оператора $\tilde{F}$.

Приводятся результаты имитационного моделирования по оценки устойчивости процедуры винеровского оценивания параметров околостационарных орбит при ее погружении в вычислительную среду. Материалы параграфа опубликованы в [4, 2, 8, 9, 14, 15, 22].

Параграф 3.3 посвящен численному исследованию обусловленности задачи определения околостационраных орбит. В качестве информационной ситуации рассматривается случай дальномерных измерений от одного, двух- и трех наземных пунктов наблюдения. Исследования прошли апробацию на конференциях [11, 12, 13, 16].

В параграфе 3.4 для случая дальномерной информации приводятся результаты статистической оценки размеров областей сходимости. Представленные в параграфе материалы опубликованы в [19, 20, 21].

Четвертая глава диссертации посвящена развитию модельных представлений задач определения спутниковых орбит. В ней формируется и реализуется концепция модификации моделей и приводятся результаты вычислительных экспериментов.

В параграфе 4.1 указываются предпосылки модификации традиционных модельных представлений задачи.

Сущность модификации заключается во введении в исходную систему дифференциальных уравнений искусственных возмущений (G_1, G_2) , обеспечивающих асимптотическую устойчивость системы по известному скалярному первому интегралу около заранее выделенной траектории

$$\begin{aligned} &\dot{r} = v + G_1, r(t_0) = r_0, \\ &\dot{v} = -\mu\frac{r}{|r|^3} - \Omega^2 r - 2\Omega v + G_2, v(t_0) = v_0. \end{aligned} \tag{10}$$

Выделим некоторые опорные начальные условия $\tilde{r}_0, \tilde{v}_0$ и соответствующее им целевое значение скалярного интеграла $J^*(\tilde{r}_0, \tilde{v}_0)$. Рассмотрим производную скалярной функции $\Delta J(r, v) = J(r, v) - J^*$, характеризующей отклонение от опорного значения интеграла на траекториях (10)

$$\frac{d\Delta J(r,v)}{dt} = \frac{\partial J}{\partial q}\dot{r} + \frac{\partial J}{\partial v}\dot{v} = \frac{\partial J}{\partial r}G_1 + \frac{\partial J}{\partial v}G_2. \tag{11}$$

Выберем G_1 и G_2 так, чтобы удовлетворить условию

$$\frac{d\Delta J(r,v)}{dt} = -\lambda \Delta J(r,v), \lambda > 0, \tag{12}$$

означающего асимптотическую устойчивость траекторий (10) по интегралу J с экспоненциальным показателем λ вблизи опорного решения, задаваемого начальными условиями $\tilde{r}_0, \tilde{v}_0$.

Общее решение уравнения (11) с учетом (12) относительно искомых функций G_1, G_2 имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \end{pmatrix} = -\lambda P^+ \Delta J(r,v) + \left(I - P^+ \begin{pmatrix} \dfrac{\partial J}{\partial r} & \dfrac{\partial J}{\partial v} \end{pmatrix} \right) y, \tag{13}$$

$$P^+ = \frac{1}{\dfrac{\partial J}{\partial r}\dfrac{\partial J^T}{\partial r} + \dfrac{\partial J}{\partial v}\dfrac{\partial J^T}{\partial v}} \begin{pmatrix} \dfrac{\partial J^T}{\partial r} \\ \dfrac{\partial J^T}{\partial v} \end{pmatrix},$$

где I – единичный оператор соответствующей размерности; P^+ – псевдообратная матрица; y – произвольная функция, определяющая многообразие решений системы.

Предлагаемая концепция построения модифицированной модели обратной задачи определения орбит заключается в ее постановке с моделью (10) с учетом (13).

При выборе в качестве J интеграла энергии и последующей линеаризации (10) около геостационарной опорной орбиты $\rho = \left(\sqrt[3]{\mu/U_E^2}, 0, 0\right)$, модифицированная модель обратной задачи примет вид

$$\begin{aligned} &\delta\dot{y} = \tilde{A}\delta y,\ \delta y^T = (\delta r^T, \delta v^T), \\ &\delta z = H\delta y + \varepsilon, \\ &\tilde{A} = A + \begin{pmatrix} -\lambda\dfrac{4U_E^2}{1+4U_E^2} & 0 & 0 & 0 & -\lambda\dfrac{2U_E}{1+4U_E^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\lambda\dfrac{2U_E}{1+4U_E^2} & 0 & 0 & 0 & -\lambda\dfrac{1}{1+4U_E^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \tag{14}$$

где A – оператор из (2).

Оператор $\tilde{A}$ – устойчив. В работе приводится аналитическая форма для $\exp(\tilde{A}t)$, играющая важную роль при реализации алгоритмов оценивания параметров состояния системы (14).

В параграфе 4.2 указывается на справедливость следующих утверждений относительно пары $(\tilde{A}, H)$:

`Предложение 4.2.1.` Если задача (2) является наблюдаемой, то существует такое значение регуляризирующего параметра $\lambda > 0$, что соответствующая модифицированная модель (14) также является наблюдаемой и обратно, – существует такое значение параметра $\lambda > 0$, что из наблюдаемости модифицированной модели (14) следует наблюдаемость (2).

`Теорема 4.2.1.` Пусть s размерность модельной векторной функции измерений, а H $\left(h_{ij} = \dfrac{\partial \Psi_i}{\partial x_j}\right)$ соответствующая матрица наблюдения. То-

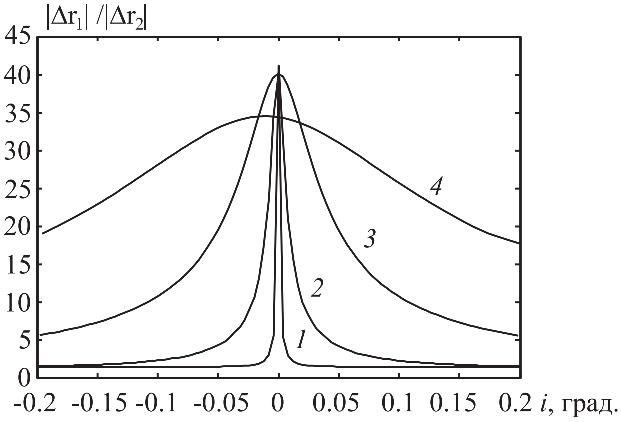

Рис. 5: 1 – $e = 10^{-4}$, 2 – $e = 5 \cdot 10^{-4}$, 3 – $e = 0.005$, 4 – $e = 0.02$

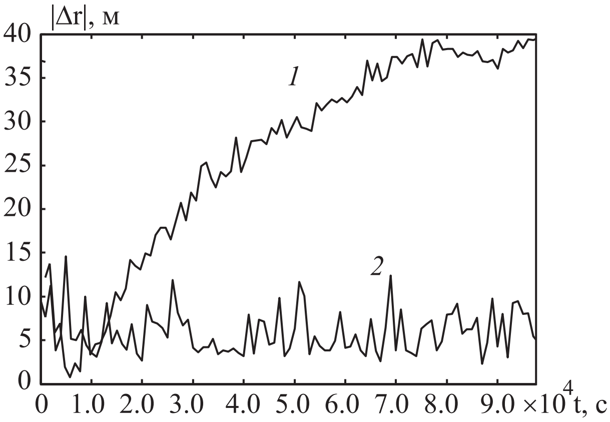

Рис. 6

гда для наблюдаемости модифицированной системы вида (14) необходимо, чтобы

$$\sum_{i=1}^{s} \left(\frac{\partial \Psi_i}{\partial x_2} \right)^2 \neq 0.$$

В параграфе 4.3 приводятся результаты численного имитационного моделирования модифицированной задачи определения околостационарных спутниковых орбит.

На рис. 5 представлены графики отношений $|\Delta r_1|/|\Delta r_2|$ для случая десятипозиционных дальномерных наблюдений при некоторых значениях параметров наклонения (i) и эксцентриситета (e) имитируемой орбиты ($|\Delta r_1|$ – модуль ошибки определения положения ИСЗ в рамках модели (2);$|\Delta r_2|$ – модуль ошибки определения положения ИСЗ в рамках модели (14)). Из иллюстрации видно, что при увеличении эксцентриситета определяемой орбиты отношение $|\Delta r_1|/|\Delta r_2|$ ведет себя вполне устойчиво, при больших его значениях ($e > 0.01$) несколько смещаясь относительно положения $i = 0°$.

На рис. 6 изображен типичный случай соотношения погрешностей ($|\Delta r|$) определения околостационарной орбиты ($e = 0.0005$, $i = 0.001$) для классической модели – график '1' и модифицированной – график '2' при многопозиционных дальномерных наблюдениях с интенсивностью ошибок измерения для каждого пункта наблюдения $\sigma^2_\zeta \approx 1.3$ м^2.

В условиях данного эксперимента дисперсии ошибок определения координат для графиков '1' и '2' в конце временного интервала ($t = 86164$ с) составили $\sigma^2_{|\Delta r_1|} = 1391.4$ м^2 и $\sigma^2_{|\Delta r_2|} = 38.7$ м^2 соответственно, так что $\sigma_{|\Delta r_1|}/\sigma_{|\Delta r_2|} \approx 6$.

В заключении подводятся итоги и указываются основные результаты работы.

Основные результаты работы:

1. Сформулированы и доказаны утверждения о наблюдаемости задач определения околостационарных орбит.
2. Разработан численно-аналитический метод исследования корректности математической постановки задач.
3. Доказано достаточное условие принципиальной разрешимости задач при конечной точности их погружения в вычислительную среду.
4. Дана современная интерпретация "парадокса Лапласа".
5. Разработаны технологические приемы оценки критического значения спектрального числа обусловленности задачи и сформулированы достаточные условия ее компьютерной разрешимости.
6. Предложена процедура гарантированной оценки устойчивости динамических алгоритмов обработки траекторной информации.
7. Доказана теорема о псевдоспектрах; указаны следствия теоремы.
8. Предложена новая модель задачи определения спутниковых орбит как следствие интерпретации кеплеровых орбит с учетом первых интегралов.
9. Сформулированы и доказаны утверждения о корректности математической постановки задачи в новых модельных представлениях.
10. Представлена совокупность численных имитационных примеров решения задач, подтверждающих теоретические выводы.

Итогом обобщения полученных результатов явилась формулировка выносимых на защиту положений.

Публикации по теме диссертации

1. *Девятисильный А.С., Кислов Д.Е.* Численно-аналитические оценки вычислительных погрешностей и разрешимости задачи определения квазистационарных орбит ИСЗ по измерениям. //Космические исследования, 2005. Т.43. №4. -С.317-320.

2. *Девятисильный А.С., Кислов Д.Е.* Устойчивость динамических алгоритмов определения орбит квазистационарных ИСЗ //Космические исследования, 2007. Т. 45. -№2. -С.138-143.

3. *Девятисильный А.С., Кислов Д.Е.* Исследование разрешимости задач определения спутниковых орбит по измерениям//Проблемы управления, 2006. -№4. -С.50-53.

4. *Девятисильный А.С., Кислов Д.Е.* Псевдоспектры и устойчивость линейных систем. Препринт. -Владивосток: ИАПУ ДВО РАН, 2006. -16с.

5. *Девятисильный А.С., Кислов Д.Е.* Моделирование физического эксперимента для оценки запаздывания гравитационного потенциала. Препринт. -Владивосток: ИАПУ ДВО РАН, 2006. -12с.

6. *Кислов Д.Е.* Анализ накопления вычислительных погрешностей в задаче оценивания орбит ИСЗ по дальномерным измерениям. Препринт. Ч. I. -Владивосток: ИАПУ ДВО РАН, 2004. -32с.

7. *Кислов Д.Е.* Анализ накопления вычислительных погрешностей в задаче оценивания орбит ИСЗ по дальномерным измерениям. Препринт. Ч. II. -Владивосток: ИАПУ ДВО РАН, 2004. -40с.

8. *Девятисильный А.С., Кислов Д.Е.* Исследование вычислительной устойчивости алгоритмов определения спутниковых орбит. //IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике, -Нижний Новгород, 2006. Т.1, -С.43.

9. *Девятисильный А.С., Кислов Д.Е., Числов К.А., Прудкогляд Н.А.* Исследование устойчивости алгоритмов 3D навигации объектов в околоземном пространстве. // XXXI Дальневосточная математическая школа-семинар им. акад. Е.В. Золотова. Тезисы Докладов. -Владивосток: ИПМ ДВО РАН, 2006. -С.47-48.

10. *Кислов Д.Е.* Численное моделирование движения искусственных спутников Земли. //Дальневосточная математическая школа-семинар имени акад. Е.В. Золотова. Тезисы докладов. -Владивосток: Дальнаука, 2002. -С.78-79.

11. *Кислов Д.Е.* Об одном численно-аналитическом подходе к оцениванию вычислительных погрешностей в задаче определения орбит ИСЗ по измерениям.// Региональная научно-техническая конференция молодежь и научно-технический прогресс. Тезисы докладов, -Владивосток. 2004. -С.7.

12. *Кислов Д.Е.* Исследование разрешимости задач определения спутниковых орбит по измерениям.// Дальневосточная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых по математическому моделированию. Тезисы докладов. -Владивосток: ИПМ ДВО РАН, 2004. -С.9.

13. *Кислов Д.Е.* Исследование принципиальной разрешимости задач определения квазистационарных орбит по измерениям.//Дальневосточная математическая школа-семинар им. акад. Е.В. Золотова. Тезисы Докладов. -Владивосток: Дальнаука, 2004. -С.64.

14. *Кислов Д.Е.* Исследование устойчивости задачи определения квазистационарных орбит по измерениям.//Вологдинские чтения. Сборник докладов. -Владивосток: ДВГТУ, 2005. -С.8-10.

15. *Кислов Д.Е., Числов К.А.* О вложенности спектральных портретов линейных операторов и её приложении в исследовании устойчивости.//XXX Дальневосточная математическая школа-семинар им. академика Е.В. Золотова. Тезисы Докладов. Изд.: ДВГУПС, -Хабаровск, 2005. -С.80-81.

16. *Кислов Д.Е.* Об обусловленности задачи определения параметров орбит искусственных спутников Земли. //Дальневосточная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых по математическому моделированию. Тезисы докладов. -Владивосток: ИПМ ДВО РАН, 2002. -С.4-5.

17. *Кислов Д.Е.* О гарантированной точности решения задачи оценивания параметров орбит ИСЗ по дальномерным измерениям.//Дальневосточная конференция студентов, аспирантов и моло-

дых ученых по математическому моделированию. Тезисы докладов. -Владивосток: ИПМ ДВО РАН, 2003. -С.35-36.

18. *Кислов Д.Е.* Анализ численного оценивания параметров орбит ИСЗ по дальномерным измерениям. //Дальневосточная математическая школа-семинар имени акад. Е.В. Золотова. Тезисы докладов, -Владивосток: Изд. Дальневост. Университета, 2003. -С.72-73.

19. *Кислов Д.Е.* Исследование сходимости в задаче оценивания параметров квазистационарных ИСЗ по дальномерным измерениям. //Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова. Тезисы докладов, -Владивосток: Изд. Дальневост. Университета, 2003. -С.73-74.

20. *Кислов Д.Е.* Численное исследование областей сходимости в задаче оценивания параметров орбит по дальномерным измерениям. //Вологдинские чтения. Сборник докладов. -Владивосток: ДВГТУ, 2003. -С. 114.

21. *Kislov D.E.* Areas of Convergence in Estimation Problem of the Orbit Parameters with Distance Measurements. //Fifth international Young Scholars Forum of the Asia-Pacific-Region Countries, Vladivostok, 2003. pp. 24-25.

22. *Kislov D.E.* On Guaranteed Stability in the Linear Filtering Problem. // Sixth International Young Scholars Forum of the Asia-Pacific Region Countries, Proceedings, Part I, Vladivostok, 2005. pp.127-128.

Личный вклад автора. Все результаты, представленные в диссертационной работе, получены автором самостоятельно. Работы [6-7,10-14,16-22] выполнены автором лично. В работах [1-5,8-9] руководителем выполнены постановки задач, а автором проведены исследования и сформулированы основные результаты. В [15] автору принадлежат результаты, непосредственно относящиеся к теме диссертации.

Кислов Дмитрий Евгеньевич

Устойчивое определение околостационарных спутниковых орбит

Автореферат

Подписано к печати 10.04.2007 Усл.п.л. 1.0 Уч.-изд.л. 0.8
Формат 60x84/16 Тираж 100 экз. Заказ 25

Издано ИАПУ ДВО РАН. 690041, г. Владивосток, ул. Радио, 5
Отпечатано участком участком оперативной печати ИАПУ ДВО РАН
690041, Владивосток, Радио, 5