На правах рукописи

Назаров Дмитрий Анатольевич

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМИЧЕСКИХ И ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ ПОСТРОЕНИЯ И АНАЛИЗА ОБЛАСТЕЙ РАБОТОСПОСОБНОСТИ АНАЛОГОВЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

05.13.18. – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Владивосток
2011

Работа выполнена в лаборатории управления надёжностью сложных систем Института автоматики и процессов управления ДВО РАН

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, Абрамов Олег Васильевич

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор, Киншт Николай Владимирович

кандидат технических наук, доцент, Семёнов Сергей Максимович

Ведущая организация: Институт проблем управления имени В.А. Трапезникова РАН, г. Москва

Защита состоится « 18 » февраля 2011 г. в 10 часов на заседании диссертационного совета Д 005.007.01 при Институте автоматики и процессов управления ДВО РАН по адресу: 690041, Владивосток, ул. Радио, д. 5

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института автоматики и процессов управления ДВО РАН.

Автореферат разослан « 17 » января 2011 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета Д 005.007.01, к.т.н. А.В. Лебедев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Переход на инновационный путь развития связан с необходимостью создания технических устройств и систем, обладающих требуемыми характеристиками качества и надёжности.

Отечественный и зарубежный опыт проектирования и эксплуатации систем различного назначения показывает, что значительную часть отказов составляют постепенные (параметрические) отказы, а задача учёта отклонений параметров от расчётных значений и обеспечение требуемого качества допуска при наличии таких отклонений является одной из наиболее сложных и трудоёмких задач проектирования. По мере усложнения технических объектов, повышения требований к их надёжности и увеличения ответственности выполняемых ими функций необходимость и важность решения этой задачи постоянно возрастает.

Важное место в процессе проектирования занимает задача построения области, в пределах которой система остаётся устойчивой по отношению к параметрическим возмущениям. Эта область называется *областью работоспособности* (ОР) системы.

Решение задачи построения ОР позволяет оценить способность системы сохранять работоспособность при отклонениях параметров её элементов от расчётных значений, вызванных различными технологическими и эксплуатационными факторами, назначать допуски на параметры элементов, выбирать оптимальные в том или ином смысле номинальные значения параметров.

Задача построения и анализа ОР рассматривалась в работах отечественных ученых, таких как Б.В. Васильев, Г.В. Дружинин, В.В. Здор, А.В. Маслов, Ю.Е. Смагин, А.В. Фомин и ряда зарубежных исследователей как E. Buttler, R.Spence, S. Sapatnekar, N. Taylor и др.

Основные трудности, возникающие при решении задач построения, анализа и интерпретации ОР, связаны с высокой размерностью пространства исследуемых параметров и отсутствием априорной информации о конфигурации областей. Для получения конструктивных сведений об ОР необходимо иметь эффективные методы и алгоритмы их построения и представления в виде, позволяющем оценивать особенности их конфигурации и осуществлять оптимальный выбор номиналов параметров и допусков.

Существующие алгоритмы оценивания и приближения ОР основаны на использовании известных фигур, таких как многомерные эллипсоиды, гиперпараллелепипеды (вписанные или описанные), различные комбинации и объединения этих фигур.

В основу алгоритмов построения ОР в данной работе положен аппарат компьютерного имитационного моделирования процессов функционирования исследуемых сложных систем и метода многомерного зондирования на регулярной сетке – компьютерная реализация *метода матричных испытаний* (ММИ). Изначально ММИ был ориентирован на физическое моделирование радиоэлектронных устройств путём включения в схемы элементов с различными номинальными значениями, однако привлечение в дальнейшем для его реализации компьютерного моделирования не привело к широкому распространению из-за крайне высокой трудоёмкости, связанной с полным перебором. Развитие вычислительной техники, стремительный рост её мощности за последние 20 лет и развитие технологий параллельных и распределённых вычислений позволяют решать такого рода задачи за приемлемое время.

Целью работы является разработка и исследование алгоритмических методов построения ОР, основанных на многовариантном анализе с представлением области дискретным множеством параллелепипедов и ориентированных на технологии параллельных вычислений, а также методов анализа ОР в таком представлении.

Задачи исследования. Для достижения поставленной цели работы были решены следующие задачи:

1. Разработка и программная реализация эффективных методов построения многомерных ОР с помощью дискретного множества параллелепипедов, заданных регулярной сеткой (сеточное представление ОР).
2. Разработка и программная реализация алгоритмов декомпозиции задачи построения ОР для её параллельной реализации с учётом балансировки вычислительной нагрузки между узлами несимметричной параллельной вычислительной системы.
3. Разработка и программная реализация алгоритмов снижения избыточности данных в сеточном представлении ОР путём применения алгоритмов сжатия и использования нерегулярных сеток для построения ОР.
4. Разработка и программная реализация алгоритмов анализа сеточного представления ОР, реализующих проверку связности области и выделение её связных подобластей, а также визуализацию сечений ОР.
5. Разработка и программная реализация алгоритмов выбора оптимальных значений номиналов параметров по критерию запаса работоспособности.

Методы исследования основываются на применении основ теории надёжности и схемотехнического проектирования, методов оптимизации, численных методов, основ дискретной математики, а также технологий параллельных и распределённых вычислений.

Научная новизна.

1. Предложена оригинальная структура данных, описывающая представление ОР множеством элементарных параллелепипедов по результатам зондирования области поиска на основе ММИ. Характерным отличием предложенной структуры от матрицы несовместных ситуаций, применяемой в ММИ, является использование одномерного массива для хранения результатов зондирования на многомерной регулярной сетке. Использование одномерной структуры позволяет без особых затруднений разбивать её на блоки произвольных объёмов для решения задачи построения ОР с применением параллельных вычислений.
2. Разработаны методы декомпозиции задачи построения ОР по данным, описанным предложенной структурой, с возможностью статичной или динамической балансировки вычислительной нагрузки между узлами параллельной разнородной вычислительной системы.

3. Разработанные на основе предложенного представления ОР алгоритмы уменьшения избыточности информации на уровне данных массива состояний и на уровне структуры сетки позволяют снизить объёмы используемых ресурсов при хранении и передаче данных представления ОР.

На защиту выносятся.

1. Описание структуры данных и использующие их алгоритмы построения ОР с помощью регулярных и нерегулярных детализированных сеток, а также алгоритмы уменьшения объёмов данных сеточного представления ОР.
2. Алгоритм декомпозиции задачи построения ОР с учётом балансировки вычислительной нагрузки при её параллельной реализации на несимметричной распределённой вычислительной системе.
3. Алгоритмы анализа ОР, выполняющие проверку связности сеточного представления области и визуализацию сечений.
4. Алгоритмы вычисления оптимальных значений параметров с использованием детерминированного критерия максимального запаса работоспособности.

Достоверность результатов исследования обеспечивается корректным применением методов исследования и подтверждается результатами вычислительных экспериментов.

Практическая ценность работы. Результаты работы направлены, в первую очередь, на их применение на начальных стадиях проектирования сложных технических систем с заданной топологией для нахождения оптимальных значений параметров их элементов, а также для назначения или коррекции значений допусков.

Научные результаты работы использованы в ФГУП «Центральный научно-исследовательский институт автоматики и гидравлики» (ФГУП «ЦНИИАГ») для получения характеристик областей работоспособности, назначения допусков и номинальных значений параметров при разработке технических устройств и систем специального назначения.

Решение задач диссертационной работы выполнялось в рамках следующих научных проектов и программ: РФФИ 05-08-01398-а; 06-I-ЭММПУ-054 Программа №15 отделения ЭММПУ РАН, Проекты ДВО РАН (06-III-А-03-070, 09-III-В-03-082, 10-III-В-03-035).

Апробация результатов работы. Полученные результаты обсуждались на международных симпозиумах «Надежность и качество» (Пенза, 2005 - 2010); Азиатской международной конференции по проблемам управления (ASCC) (Бали, 2006); Международной конференции по проблемам оптимизации и оптимального управления (COOC) (Улан-Батор, 2007); Российской конференции «Дискретная оптимизация и исследование операций» (DOOR) (Владивосток, 2007); международной конференции по промышленным технологиям и управлению (IEEM) (Сингапур, 2007); Дальневосточной математической школе-семинаре им. академика Е.В. Золотова (Владивосток, Хабаровск, 2005 - 2010); Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Интеллектуальный потенциал вузов - на развитие Дальневосточного региона России и стран АТР» (Владивосток, 2006 - 2009); а также научных семинарах Института автоматики и процессов управления ДВО РАН.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 27 работ, среди которых 3 опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК.

Структура и объём работы. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы и шести приложений. Основной объём диссертации составляет 149 страниц, в который входят: библиографический список из 119 наименований, 38 рисунков и 6 таблиц.

Личный вклад автора. Все основные результаты, представленные в диссертации получены автором лично. В опубликованных в соавторстве работах [2,3, 5, 7, 10, 11] автору принадлежит описание структур данных и формул, используемых для представления ОР; в работах [6, 12] – описание способа применения структур данных представления ОР для решения задачи выбора номиналов параметров на начальных стадиях проектирования.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы, где рассматриваются основные сведения о проблематике и затрагиваемом круге задач, приводится обзор существующих работ и исследований по данной теме, ставятся цели и задачи исследования, рассматриваются научная новизна и практическая ценность, приводятся сведения об апробации результатов работы.

В первой главе ставится задача построения ОР. Постановку этой задачи предваряет введение в проблематику выбора оптимальных значений параметров технических систем при их проектировании с учётом отклонения параметров от их расчётных номинальных значений. В рамках рассмотрения этой проблемы перечисляются основные понятия, определения и термины предметной области. Приводится формальная постановка задачи оптимального параметрического синтеза, порождающей задачу построения ОР в пространстве внутренних параметров.

Объектом исследования в работе является *математическая модель* $\mathbf{Y}(\mathbf{x})$ исследуемой системы, связывающая вектор $\mathbf{y} = (y_1, y_2, ..., y_m)^T$ *выходных параметров* с вектором *внутренних параметров* $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)^T$ в виде зависимостей:

$$y_i = y_i(\mathbf{x}), \forall i = 1,2,..., m, \tag{1}$$

которая считается «чёрным ящиком» и может быть задана как аналитически, так и в алгоритмическом виде или с помощью имитационной модели.

Внутренние параметры – это количественные характеристики условно неделимых элементов системы (величина сопротивления для резистора, ёмкость для конденсатора). *Выходные параметры* представляют собой показатели свойств системы, её количественные характеристики, интересующие потребителя, которые, как правило, лежат в определённых техническим заданием диапазонах значений. Эти ограничения значений выходных параметров называются *условиями работоспособности* (УР):

$$\mathbf{y}_{\min} \le \mathbf{y}(\mathbf{x}) \le \mathbf{y}_{\max} \tag{2}$$

Элементы системы подвержены влиянию факторов внешней среды (температура, влажность, излучения) и естественным процессам износа и старения. Эти факторы, оказывающие влияние на значения внутренних параметров, вызывают изменения значений выходных параметров, что может повлечь нарушение УР.

Задача параметрического синтеза (ПС) технических устройств и систем состоит в выборе номинальных значений $\mathbf{x}_{nom} = (x_{1_{nom}}, x_{2_{nom}}, ..., x_{n\ nom})$ внутренних параметров, обеспечивающих максимум вероятности их нахождения внутри ОР в течение заданного интервала времени:

$$\mathbf{x}_{nom} = \arg\max P(\mathbf{X}(\mathbf{x}_{nom}, t) \in D_x, \forall t \in [0, T]) \tag{3}$$

где $\mathbf{X}(\mathbf{x}_{nom}, t)$ - случайный процесс изменения параметров; D_x - область работоспособности; T - заданное время эксплуатации устройства.

Областью работоспособности называется область D_x в пространстве внутренних параметров, в каждой точке которой выполняются УР:

$$D_x = \left\{\mathbf{x} \in \Re^n \mid \mathbf{y}_{\min} \le \mathbf{y}(\mathbf{x}) \le \mathbf{y}_{\max}\right\} \tag{4}$$

Часто характеристики области D_x неизвестны, поэтому в выражении (3) проверка $\mathbf{X}(\mathbf{x}_{nom}, t) \in D_x$ заменяется на УР $\mathbf{y}_{\min} \le \mathbf{y}(\mathbf{X}(\mathbf{x}_{nom}, t)) \le \mathbf{y}_{\max}$, что требует значительно бо́льших вычислительных затрат. Построение ОР позволит существенно снизить время вычисления статистических характеристик, а также применять детерминированные критерии оптимизации номинальных значений параметров.

Задача построения ОР состоит в необходимости построить в пространстве внутренних параметров фигуру с известной конфигурацией, которая бы являлась приближением к неизвестной области D_x (4) при заданной модели (1), известных УР (2) и допусках на внутренние параметры, которые ограничивают область поиска.

Во второй главе описывается алгоритм построения ОР в основе которого лежит идея аппроксимации фигуры множеством непересекающихся *n*-мерных параллелепипедов. Вершины этих параллелепипедов задаются узлами *n*-мерной регулярной сетки, наложенной на область поиска, с последующей проверкой выполнения УР в специальных точках внутри этих параллелепипедов.

В качестве области поиска используется *n*-мерный ортогональный гиперпараллелепипед:

$$B_x = \{\mathbf{x} \in \Re^n \mid a_i^x \le x_i \le b_i^x, \forall i = 1,2,...,n\}, \tag{5}$$

рёбра которого параллельны координатным осям варьируемых параметров и координаты их вершин определяются границами интервалов допустимых значений по соответствующим параметрам:

$$a_i^x \le x_i \le b_i^x, \forall i = 1,2,...,n. \tag{6}$$

В качестве параллелепипеда B_x может выступать параллелепипед B_d, образованный границами допусков на внутренние параметры, или описанный вокруг искомой области D_x параллелепипед B_o.

Наложение регулярной *n*-мерной сетки на гиперпараллелепипед B_x заключается в квантовании каждого *i*-го варьируемого параметра внутри заданных интервалов (6) на q_i равных отрезков так, что в результате параллелепипед B_x разбивается на

$$R = \prod_{i=1}^{n} q_i \qquad (7)$$

элементарных параллелепипедов.

Каждый из этих элементарных параллелепипедов задаётся набором n индексов, увеличивающихся в направлениях соответствующих координатных осей варьируемых внутренних параметров: $(k_1, k_2, ..., k_n)$, $k_i = 1,2,...,q_i, \forall i = 1,2,...,n$. Таким образом, исходный гиперпараллелепипед B_x является их объединением:

$$B_x = \bigcup_{k_1=1}^{q_1} \bigcup_{k_2=1}^{q_2} ... \bigcup_{k_n=1}^{q_n} e_{k_1 k_2 ... k_n}. \qquad (8)$$

С другой стороны, множество элементарных параллелепипедов рассматривается как множество элементов (ячеек) наложенной на B_x n-мерной сетки, поэтому в дальнейшем изложении вместо термина «элементарный параллелепипед» используется термин «элемент сетки» или «ячейка сетки».

В геометрическом центре каждого элемента $e_{k_1 k_2 ... k_n}$ сетки выбирается *точка-представитель*, координаты которой вычисляются по формуле:

$$c_i^{k_i} = a_i^x + h_i(k_i - 1) + h_i / 2, \;\; k_i = 1,2,...,q_i, \; \forall\, i = 1,2,...,n, \qquad (9)$$

где $h_i = (b_i^x - a_i^x) / q_i, i = 1,2,...,n$ - длина кванта на i-й координатной оси. В каждой такой точке вычисляются значения выходных параметров (1) и проверяются УР (2). Главной особенностью использования точки-представителя является принятие допущения, что выполнение УР во всех точках внутри каждого элемента сетки $e_{k_1 k_2 ... k_n}$ определяется их выполнением в его точке-представителе. Функция проверки УР в точках $c_i^{k_i}, \forall i = 1,2,...,n$ всех элементов сетки задаёт разбиение множества этих элементов $B_x^g = \{e_{k_1 k_2 ... k_n} \mid k_i = 1,2,...,q_i, \forall i = 1,2,...,n\}$ на два непересекающихся подмножества:

$$B_x^g = B_x^+ \cup B_x^-. \qquad (10)$$

где B_x^+ - подмножество элементов сетки, внутри которых выполняются УР, а B_x^- - подмножество элементов, в которых УР не выполняются.

Подмножество B_x^+ элементарных параллелепипедов является *геометрическим представлением ОР* D_x. Модель такого представления задаётся четвёркой G_R:

$$G_R = (n, B, Q, S), \qquad (11)$$

где:

- n – размерность пространства внутренних параметров,
- $B = \{(a_i^x, b_i^x) \mid \forall i = 1,2,...,n\}$ - множество пар, задающих ограничения (6) по всем параметрам (границы параллелепипеда B_x),

- $Q=(q_1, q_2,...,q_n)$ - набор показателей количества квантов для каждого параметра,
- $S=(s_1, s_2,...,s_R)$ - массив состояний всех элементов сетки.

Структура G_R называется *сеточным представлением ОР* (СПОР).

Набор ограничений и количество квантов по всем параметрам задают геометрическую конфигурацию n-мерной сетки, что позволяет вычислять координаты границ и центральной точки каждого элемента сетки по его набору индексов $(k_1, k_2,...,k_n)$.

Массив состояний (МС) представляет собой набор индикаторов принадлежности соответствующих элементов сетки подмножеству B_x^+ или B_x^-.

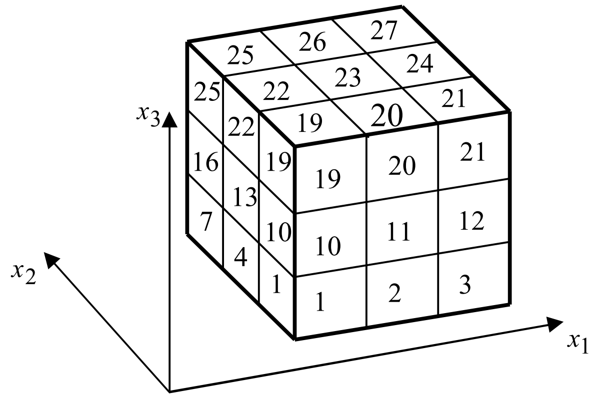


Рис.1. Соответствие индексов элементов МС индексам элементов трёхмерной сетки.

Соответствие индекса p каждого элемента одномерного МС определённому элементу сетки с индексами $(k_1, k_2,...,k_n)$ задаётся выражением:

$$p=p(k_1, k_2,...,k_n)=k_1+\sum_{i=2}^{n}\left[(k_n-1)\cdot\prod_{j=1}^{i-1}q_j\right]. \qquad (12)$$

На рис. 1 элементы сетки пронумерованы индексами соответствующих им элементов МС. Выражение (12) перехода от индексов элемента сетки к индексу соответствующего элемента МС $p=p(k_1, k_2,...,k_n)$ называется *прямым преобразованием индексов*. В некоторых алгоритмах построения и анализа СПОР требуется обратная операция: по индексу p элемента МС получить набор индексов $(k_1, k_2,...,k_n)$ соответствующего ему элемента сетки. Для этого необходимо последовательно вычислять индексы: $k_n(p)$, $k_{n-1}(p,k_n)$, ..., $k_1(p,k_2,k_3,...,k_n)$:

$$k_n=\left\lfloor (p-1)/\prod_{i=1}^{n-1}q_i \right\rfloor+1,$$

$$k_{n-1}=\left\lfloor (p-(k_n-1)\cdot\prod_{i=1}^{n-1}q_i)/\prod_{i=1}^{n-2}q_i \right\rfloor+1, \qquad (13)$$

$$\cdots$$

$$k_1=p-\sum_{i=2}^{n}\left[(k_i-1)\cdot\prod_{j=1}^{i-1}q_j\right],\ n>1.$$

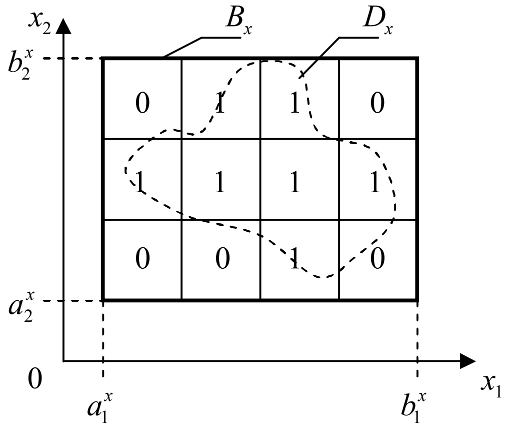
Выражения (13) называются *обратным преобразованием индексов*.

По своей структуре МС является конечным множеством из R элементов $S[R]=(s_1, s_2,...,s_R)$, имеющих следующие значения и интерпретацию:

$$S[p(k_1,...,k_n)] = \begin{cases} 1, \ \mathbf{y}_{\min} \le \mathbf{y}(\mathbf{x}_c(k_1,...,k_n)) \le \mathbf{y}_{\max} \\ 0, \ (\mathbf{y}(\mathbf{x}_c(k_1,...,k_n)) < \mathbf{y}_{\min}) \vee (\mathbf{y}(\mathbf{x}_c(k_1,...,k_n)) > \mathbf{y}_{\max}) \end{cases}, \quad (14)$$

где запись $\mathbf{x}_c(k_1, k_2,...,k_n)$ означает вычисление координат $\mathbf{x}_c = (c_1^{k_1}, c_2^{k_2},...,c_n^{k_n})^T$ точки-представителя (9) элемента сетки $e_{k_1 k_2 ... k_n}$. Другими словами, состояние элемента подмножества B_x^+ равно 1, а элемента подмножества B_x^- - 0 (рис. 2).

В отношении всего процесса построения ОР с помощью регулярной сетки стоит отметить, что при заданных параметрах этой сетки и заданной модели (1) *задача построения ОР сводится к инициализации элементов МС.*



$S[12] = (0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0)$

Рис. 2. Запись состояний элементов сетки в случае двумерного пространства параметров.

Построение ОР выполняется путём перебора элементов сетки и проверкой УР в точках-представителях каждого из них. Результат проверки УР фиксируется в соответствующих элементах МС согласно выражению (14). В работе предлагаются три алгоритма выполнения перебора элементов сетки:

1. Перебор элементов МС с обратным преобразованием (13) индексов.
2. Рекурсивный перебор элементов сетки по индексам $(k_1, k_2,...,k_n)$.
3. Перебор значений одного из n индексов с генерацией всех комбинаций остальных n-1 индексов.

Основными критериями оценки этих алгоритмов являются их алгоритмическая сложность и параллельная реализуемость. Ввиду специфики задачи, а именно полного перебора с экспоненциальной сложностью, параллельная реализуемость алгоритма является приоритетным критерием.

Наиболее алгоритмически сложным является метод перебора элементов МС с обратным преобразованием индексов, которое по предложенному в работе алгоритму требует $(n^2 - n)/2 - 3$ операций умножения. Оценка сложности этого преобразования принимается $O(n^2)$ (рис. 3). Тогда сложность алгоритма построения ОР оценивается как $O(Q^n n^2)$, где Q – усреднённое или равное количество квантов $q_i, \forall i = 1,2,...,n$. При высокой алгоритмической сложности он имеет наивысший

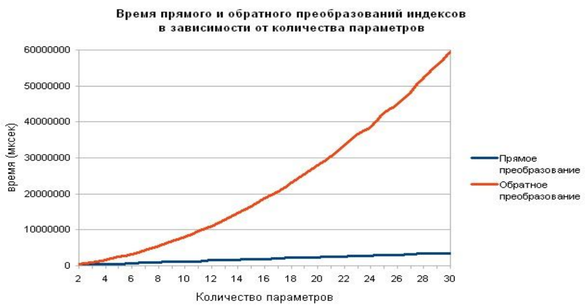


Рис. 3. Сравнение времени выполнения 5 млн. операций прямого и обратного преобразования индексов в зависимости от количества параметров.

из указанных алгоритмов потенциал параллелизма: цикл перебора элементов МС можно разбить от двух до R независимых циклов. Этот алгоритм используется для параллельной реализации задачи построения ОР.

Третья глава посвящена снижению избыточности данных СПОР. Предлагаются два направления, одно из которых связано с устранением избыточности данных в МС при сохранении структуры регулярной сетки, другое – с устранением избыточности в геометрическом представлении на основе регулярных сеток путём использования нерегулярных детализированных сеток.

Первый способ снижения избыточности данных в МС основан на алгоритме кодирования длин серий повторяющихся элементов. Поскольку нормированный МС состоит из элементов двух типов (0 и 1), а представление области подразумевает достаточно длинные фрагменты из элементов одинакового типа, то для уменьшения объёма данных МС применяется *алгоритм сжатия* типа RLE (run-length encoding), суть которого заключается в последовательном кодировании длин фрагментов массива, состоящих из элементов одного типа. Например, для МС на рис. 2 применение этого алгоритма даст следующий результат: $((2,0),(1,1),(1,0),(4,1),(1,0),(2,1),(1,0))$.

Другой предлагаемый в работе алгоритм снижения избыточности данных МС позволяет построить его представление на основе кодирования каждого его элемента одним двоичным разрядом, что даёт гарантированное 8-кратное сжатие. Трудность реализации такого подхода заключается в том, что в современных x86-совместимых компьютерах наименьшей адресуемой единицей является байт, состоящий из 8 разрядов, и для работы с ними требуются дополнительные операции двоичной арифметики. На примере МС на рис.2 его двоичное представление будет иметь вид (с применением 8-битного выравнивания последней группы элементов): $(0,0,1,0,1,1,1,1,0,1,1,0) \to ((0,0,1,0,1,1,1,1),(0,1,1,0,0,0,0,0)) \to (47,96)$, в результате чего МС сократится с 12 до 2 байт. Важно отметить, что алгоритмы сжатия МС должны обеспечивать чтение и запись элементов в сжатом виде.

Проблема снижения избыточности данных СПОР на уровне структуры сетки возникает при повышении точности приближения ОР множеством параллелепипедов, заданных этой сеткой. Очевидно, что для повышения точности приближения необходимо увеличивать количество элементов сетки, измельчая её шаг, что требует больше ресурсов для хранения и обработки данных. При этом с увеличением количества элементов сетки увеличивается доля её внутренних элементов (рис. 4), что и порождает избыточность на уровне структуры сетки.

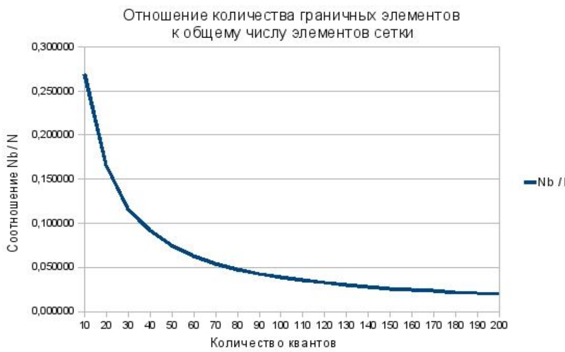


Рис. 4. Уменьшение доли граничных элементов регулярной сетки с увеличением количества её квантов.

Для снижения такого рода избыточности предлагаются методы и алгоритмы построения нерегулярных сеток, основанные на детализации отдельных элементов регулярной сетки. Детализация выполняется путём наложения регулярных сеток на параллелепипеды, заданные отдельными элементами детализируемой сетки. Сетка, построенная на параллелепипеде B_x называется *основной* или *первичной*, а сетка, построенная на параллелепипеде, заданном элементом сетки, называется *детализирующей сеткой* или сеткой *j*-го уровня в случае многоуровневой детализации.

Предлагаются два способа детализации:

- двухуровневая детализация элементов *основной сетки* при помощи регулярных сеток с произвольным шагом квантования (рис. 5.а),
- многоуровневая двоичная детализация элементов сетки любого уровня детализирующими сетками, с количеством квантов по каждому параметру $q_i = 2, \forall i = 1,2,...,n$ (рис. 5.б).

Детализация элемента сетки выполняется согласно описанному алгоритму построения ОР на основе регулярной сетки, при этом в качестве параллелепипеда B_x выступает детализируемый её элемент.

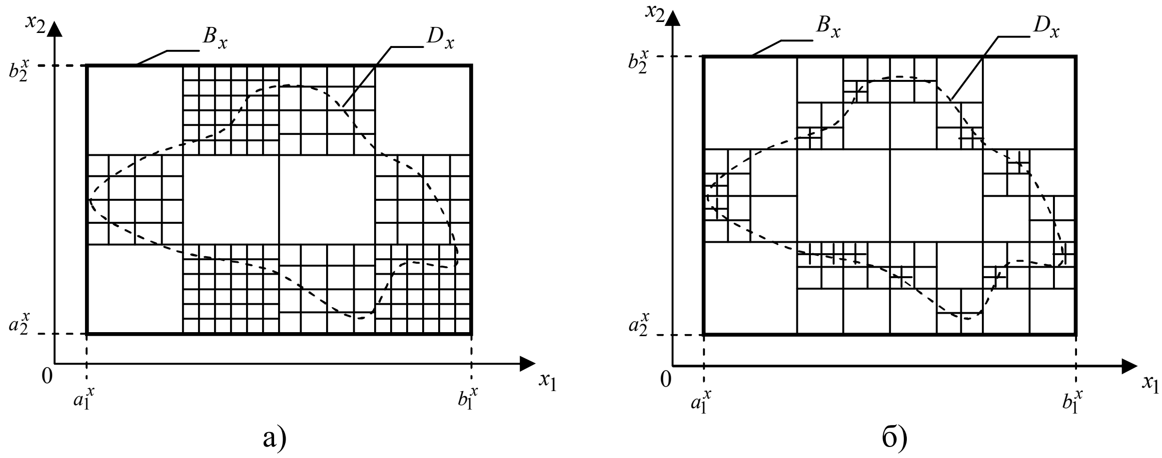


Рис 5. Детализация элементов сетки а) двухуровневая, б) двоичная многоуровневая.

В обоих случаях структура данных сеточного представления должна учитывать привязку детализирующей сетки к детализируемому элементу. В случае многоуровневой детализации образуется древовидная иерархическая структура.

Критерий целесообразности выполнения двухуровневой детализации элемента $e_{k_1k_2...k_n}$ и количество квантов детализирующей сетки предлагается вычислять по частоте $\eta_{k_1k_2...k_n} \le 1$ выполнения УР для случайных точек метода Монте-Карло с равномерным распределением внутри этого элемента. Целесообразность детализации задаётся пороговыми значениями:

$$\eta_{\min} < \eta_{k_1k_2...k_n} < \eta_{\max}, \tag{15}$$

а количество квантов детализирующей сетки для всех параметров устанавливается одинаковым и вычисляется по эвристической формуле:

$$Q_{k_1k_2...k_n} = \lfloor (1 - \eta_{k_1k_2...k_n} + \eta_{\min}) \cdot Q_{\max} \rfloor, \tag{16}$$

где $Q_{\max}$ - ограничение сверху на количество квантов детализирующей сетки.

Критерием целесообразности разбиения элемента сетки в случае двоичной многоуровневой детализации является наличие внутри этого элемента хотя бы двух случайных точек метода Монте-Карло, в одной из которых выполняются УР, а в другой не выполняются.

Эффективность применения нерегулярных сеток во многом зависит от конфигурации истинной ОР и параметров детализирующих сеток, но проведённые эксперименты для различных моделей аналоговых электронных схем показывали сокращение объёмов данных от 1.5 до 10 раз.

Четвёртая глава посвящена алгоритмам, которые в целом можно охарактеризовать как алгоритмы анализа ОР, представленной с помощью регулярной сетки. В частности, рассматриваются алгоритмы выбора элементов сетки, оптимальных по критерию максимального запаса работоспособности, алгоритм анализа связности СПОР и алгоритм визуализации сечений СПОР.

Для выбора оптимальных значений параметров в условиях неопределённости тенденций их дрейфа во времени часто используется принцип наихудшего варианта развития событий. Согласно этому принципу, при выборе оптимального вектора параметров учитывается кратчайшее расстояние от него до границы ОР, как *минимальный запас работоспособности*. Фигура, обеспечивающая этот минимальный запас работоспособности, является n-мерным шаром, вписанным в ОР. Для обеспечения максимального запаса работоспособности необходимо найти центр вписанного в ОР шара максимального объёма (рис. 6).

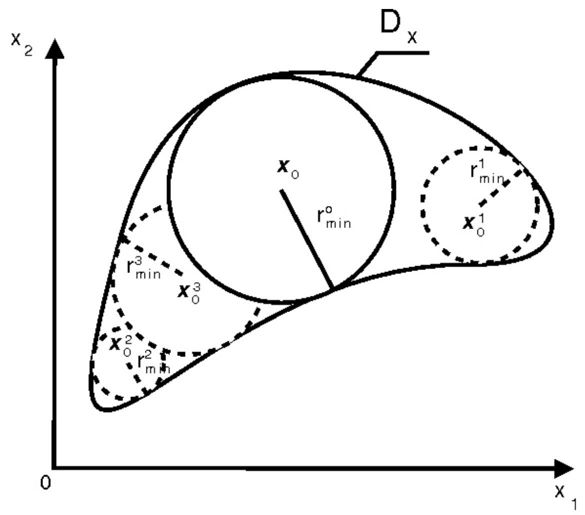


Рис 6. Максимальный минимум запаса работоспособности.

С точки зрения СПОР эта задача сводится к поиску оптимальных элементов сетки, являющихся центрами выпуклой симметричной фигуры, состоящей из элементов этой же сетки. Тогда целевой функцией является объём $V(e_{k_1^c k_2^c \dots k_n^c}, r)$ вписанной фигуры, зависящий от расположения её центрального элемента с индексами $(k_1^c, k_2^c, \dots, k_n^c)$ и расстояния $r \in \mathbf{N}$ от этого элемента до границы ОР, измеряющееся количеством элементов сетки в выбранном направлении. Объём фигуры, обеспечивающей минимальный запас работоспособности, в терминах элементов сетки является результатом минимизации целевой функции $v_r(e_{k_1 k_2 \dots k_n}) = \min\limits_r V(e_{k_1 k_2 \dots k_n}, r)$ - первый этап оптимизации. Полученная фигура с объёмом $v_r(e_{k_1 k_2 \dots k_n})$, зависящим от расположения её центрального элемента, является вписанной в ОР. Тогда второй этап оптимизации состоит в максимизации этого объёма по всем элементам $e_{k_1 k_2 \dots k_n} \in B_x^+$. Критерий максимального запаса работоспособности выбора оптимальных элементов СПОР является двухэтапной процедурой, заключающейся в отыскании множества $B_{opt}^r \subset B_x^+$ элементов сетки, для которых выполняется:

$$\max_{e_{k_1k_2...k_n}\in B_x^+} \min_r V(e_{k_1k_2...k_n}, r) \tag{17}$$

Алгоритмическая реализация первого этапа оптимизации состоит в проверке принадлежности множеству B_x^+ элементов сетки, находящихся в определённой некоторым образом окрестности центрального элемента $e_{k_1k_2...k_n} \in B_x^+$, в качестве которого последовательно выступают все внутренние элементы из B_x^+. Эта окрестность может задаваться различными способами, описывающими выпуклую симметричную фигуру, с помощью расстояния *r*. По результатам этой проверки каждому внутреннему элементу B_x^+ присваивается вес, равный максимальному *r*, при котором все элементы окрестности также принадлежат B_x^+. Второй этап решения задачи состоит в поиске элементов B_x^+ с максимальным весом и их маркировки (рис. 7).

Один из предложенных способов задания окрестности элемента сетки – это *n*-мерный куб с длиной ребра $2 \cdot r + 1$, симметричный относительно центрального элемента, заданного индексами $k_i^c, i = 1,2,...,n$. Множество $B_c^r \subseteq B_x^g$ элементов сетки, образующих этот куб, имеют индексы из диапазона:

$$k_i^c - r \le k_i \le k_i^c + r,\ \forall i = 1,2,...,n. \tag{18}$$

Тогда множество B_c^r элементов, образующих куб:

$$B_c^r = \{e_{k_1k_2...k_n} \in B_x^g \mid k_i^c - r \le k_i \le k_i^c + r,\ \forall i = 1,2,...,n\}. \tag{19}$$

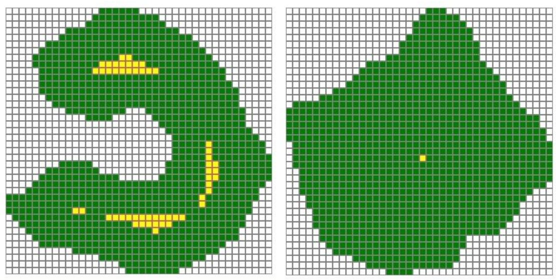


Рис. 7. Результат работы алгоритма поиска оптимальных элементов сетки методом вписывания куба максимального объёма.

Алгоритм проверки окрестности элемента $e_{k_1^c,k_2^c,...,k_n^c}$ начинается с обхода элементов с индексами, удовлетворяющими (18) при $r = 1$. В случае, если по результатам этой проверки все элементы сетки множеству B_x^+, то обход повторяется при $r = 2$. Процедура выполняется до тех пор, пока не будет обнаружен элемент из множества B_x^- ($B_c^r \cap B_x^- \ne \varnothing$) или какой-либо из индексов не выйдет за диапазон допустимых значений $k_i = 1,2,...,q_i$. Элементу $e_{k_1^c,k_2^c,...,k_n^c}$ присваивается вес, равный максимальному *r*, при котором все элементы B_c^r принадлежат B_x^+ или $B_c^r \cap B_x^- = \varnothing$.

Другой способ описания окрестности элемента сетки основан на введённом понятии *r-окрестности*. Будем называть *r*-окрестностью элемента $e_{k_1,k_2,...,k_n}$ с индексами $(k_1, k_2,..., k_n)$ такое множество элементов сетки, в котором для каждого $e_{m_1m_2...m_n}$ с индексами $(m_1, m_2,..., m_n)$ справедливо:

$$\sum_{i=1}^{n} |m_i - k_i| \le r, \;\; r \in \mathbf{N}. \qquad (20)$$

Фигура, представляющая собой r-окрестность напоминает ромб, диагонали которого направлены вдоль координатных осей.

Алгоритм построения такой фигуры максимального объёма, вписанной в СПОР, аналогичен рассмотренному алгоритму построения вписанного куба максимального объёма. Результатом его работы также являются присвоенные элементам сетки из подмножества B_x^+ весов, из которых на втором этапе оптимизации выбирается максимальное значение, а из элементов с максимальным весом формируется множество $B_{opt}^r \subset B_x^+$ (рис. 8).

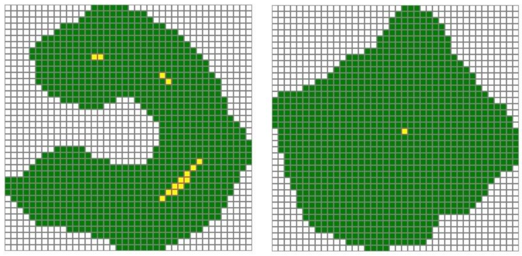


Рис. 8. Результат работы алгоритма поиска оптимальных элементов сетки методом проверки максимальной r-окрестности.

Значения параметров, оптимальных по критерию максимального запаса работоспособности, вычисляются интерполяцией координат точек-представителей оптимальных элементов сетки, находящихся в связном подмножестве.

Важным алгоритмом анализа сеточного представления ОР (и других множеств элементов сетки) является *алгоритм проверки связности области*. Этот алгоритм является многомерным аналогом известного в компьютерной графике алгоритма обхода и выделения связных областей. Если назвать *предельным элементом* $e^*_{k_1 k_2 \ldots k_n}$ с индексами $(k_1, k_2, ..., k_n)$ множества элементов сетки такой, что

$$\forall r \in \mathbf{N} \quad \exists e_{m_1 m_2 \ldots m_n} \in B_x^g : \; \sum_{i=1}^{n} |m_i - k_i| \le r, \;\; m_i \ne k_i \;\; \forall\, i = 1,2,...,n, \qquad (21)$$

то *множество элементов сетки является связным*, если его нельзя представить в виде объединения двух непересекающихся множеств, каждое из которых не содержит предельных элементов другого. Другими словами, множество элементов сетки является связным, если можно обойти все его элементы, используя переход только в *соседние элементы сетки*.

На основе понятия r-окрестности вводится понятие соседних или сопряжённых элементов сетки (рис. 9), которое используется в алгоритме проверки области на связность. Элементы $e_{k_1, k_2, ..., k_n}$ и $e_{m_1 m_2 \ldots m_n}$ сетки являются *соседними (сопряжёнными)* если для их индексов выполняется:

$$\sum_{i=1}^{n} |m_i - k_i| = 1. \qquad (22)$$

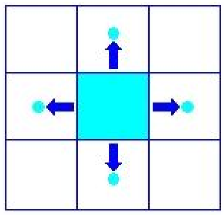


Рис. 9. Соседние элементы сетки в двумерном случае.

Для возможности анализировать конфигурацию области по отдельным сечениям, а также отслеживать результаты автоматического выбора номинальных значений параметров, допусков с их возможной последующей коррекцией необходимы алгоритмы визуализации отдельных сечений СПОР.

Визуализация сечений СПОР заключается в графическом отображении множества параллелепипедов $e_{k_1 k_2 \dots k_n} \in B_x^+$ с индексами, удовлетворяющими условию:

$$\begin{aligned} k_i &= 1,2,\dots,q_i, \forall i \in I_{dis}, \\ k_j &= const, \forall j \in I_{fix} \end{aligned}, \tag{23}$$

где I_{dis} – множество номеров *свободных параметров* (координат отображения), I_{fix} – множество значений индексов *фиксированных параметров*. При этом I_{dis} и I_{fix} являются частями разбиения множества $\{1,2,3,\dots,n\}$, а именно:

$$I_{dis} \subset \{1,2,3,\dots,n\}, I_{fix} \subset \{1,2,3,\dots,n\}, I_{dis} \cap I_{fix} = \varnothing, I_{dis} \cup I_{fix} = \{1,2,3,\dots,n\}.$$

Пятая глава содержит описание параллельного алгоритма построения ОР на основе регулярной сетки с возможностью его реализации на несимметричной распределённой вычислительной системе с учётом балансировки вычислительной нагрузки между её узлами.

Для выполнения перебора элементов сетки взят алгоритм перебора элементов МС с обратным преобразованием индексов (13), в виду тривиальности разбиения одного цикла на определённое количество непересекающихся циклов. Параллельное выполнение инициализации элементов МС в *K* независимых процессах осуществляется указанием каждому *i*-му процессу диапазона значений индексов МС:

$$R_i^S = \{a_i^S, b_i^S\},\ 1 \le a_i^S \le b_i^S \le R,\ i = 1,2,\dots,K, \tag{24}$$

согласно которого этот процесс выполняет перебор индексов $p_i \in \{a_i^S, a_i^S + 1,\dots,b_i^S\}$ с последующим обратным преобразованием p_i в набор индексов элемента сетки $(k_1, k_2,\dots,k_n)_i$ и нахождением координат (9) его точки-представителя. Инициализация части МС, заданной диапазоном (24), осуществляется согласно выражению (14). После выполнения расчётов *i*-й вычислительный процесс отправляет главному процессу готовую *i*-ю часть МС. Главный процесс помимо раздачи заданий выполняет сбор и объединение результатов работы всех вычислительных процессов.

Топология распределенной вычислительной системы относится к типу «звезда» с одним центральным координирующим узлом (рис. 10). Вычислительные узлы работают автономно без взаимного обмена сообщениями. По характеру взаимодействия каждого вычислительного узла с управляющим, архитектура такой системы относится к типу «клиент-сервер».

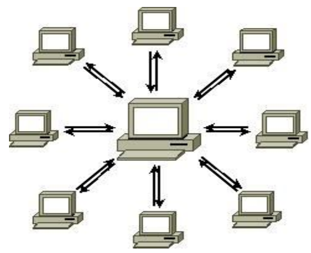


Рис. 10. Топология связи вычислительных узлов с главным.

Для балансировки вычислительной нагрузки предлагаются два алгоритма декомпозиции исходного МС:

1. *Балансировка по вычислительным мощностям*, при которой МС разбивается на части с длинами B_i, пропорциональными времени t_i выполнения тестового задания каждым из вычислительных узлов (статичная балансировка):

$$B_1 = R/(1+\frac{t_1}{t_2}+\frac{t_1}{t_3}+...+\frac{t_1}{t_K}),\quad B_i = B_1\frac{t_1}{t_i},\ i = 2,3,...,K \qquad (25)$$

2. *Автобалансировка*, относящаяся к типу динамической балансировки и заключающаяся в разбиении МС на большое количество небольших по объёму заданий, при этом их диспетчеризация между вычислительными узлами организуется динамически по принципу FCFS (First Came First Served) / FIFO (First In First Out). При этом каждый вычислительный узел за общее время решения задачи выполняет столько заданий, сколько позволяют доступные ему ресурсы.

Использование в качестве аппаратной базы пользовательских рабочих станций, объединённых в локальную сеть типа Ethernet, объясняется высокой распространённостью последних при достаточно высоких вычислительных возможностях современных компьютеров и их низкой среднестатистической вычислительной загруженности типовым набором приложений.

Результаты построения ОР в параллельно выполняемых процессах на распределённой несимметричной сети из восьми компьютеров с автобалансировкой вычислительных нагрузок показывают сокращение времени в 5-6 раз, чем на самом мощном из вычислительных узлов (рис. 11).

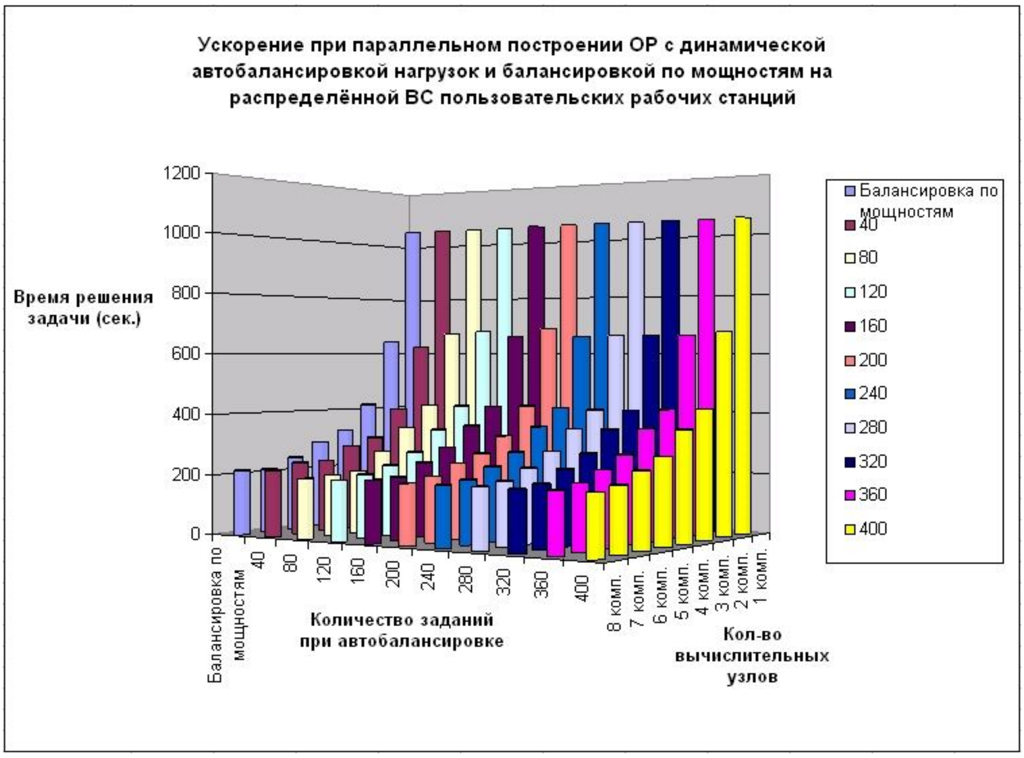


Рис. 11. Диаграмма времени построения ОР для схемы ждущего мультивибратора с использованием параллельных вычислений на несимметричной вычислительной распределённой системе, состоящей из сети пользовательских рабочих станций со статичной балансировкой по мощностям и динамической автобалансировкой с кол-вом заданий от 40 до 400.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Разработаны и программно реализованы алгоритмы построения ОР на основе предложенной структуры данных, описывающей представление области множеством параллелепипедов, заданных регулярной сеткой (сеточное представление ОР).
2. Разработаны и программно реализованы алгоритмы декомпозиции задачи построения ОР для её параллельной реализации с учётом балансировки вычислительных нагрузок между узлами несимметричной параллельной вычислительной системы.
3. Разработаны и программно реализованы методы снижения избыточности данных в сеточном представлении ОР на основе алгоритмов сжатия данных и использования нерегулярных сеток для построения ОР.
4. Разработаны и программно реализованы алгоритмы анализа сеточного представления ОР, реализующие проверку связности области и выделения её связных подобластей, а также визуализацию сечений сеточного представления ОР.
5. Разработаны и программно реализованы алгоритмы выбора оптимальных значений номиналов параметров по критерию запаса работоспособности.
6. Описанные в работе разработки и решения были использованы для построения и анализа ОР моделей электронных схем транзисторно-транзисторной логики, ждущих мультивибраторов и электронного усилителя. По результатам построения ОР для этих моделей были вычислены оптимальные значения номиналов параметров по критерию максимального запаса работоспособности.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Назаров Д.А. Методы аппроксимации области работоспособности в задаче параметрического синтеза // Региональная научно-техническая конференция «Молодежь и научно-технический прогресс»: сб. докл. конф. – Владивосток. - 2004. - I часть. - С. 179 – 181.
2. Катуева Я.В., Назаров Д.А Аппроксимация и построение областей работоспособности в задаче параметрического синтеза // Международный симпозиум «Надежность и качество»: сб. науч. тр. - Пенза: ПГУ. - 2005. - С. 130 – 134.
3. Катуева Я.В., Назаров Д.А. Алгоритмы анализа области работоспособности, заданной в матричной форме // Информатика и системы управления. - 2005. - № 2(10). - С. 118 – 128.
4. Назаров Д.А. Детализация матричного представления области работоспособности в задаче параметрического синтеза // Международный симпозиум «Надежность и качество»: сб. науч. тр. - Пенза: ПГУ, 2006. - С. 218 – 220.
5. O.V. Abramov, Y.V. Katueva and D.A.Nazarov The Definition of Acceptability Region for Parametric Synthesis Problem // Proceeding of the 6-th Asian Control Conference ASCC2006. - Bali, Indonesia. - 2006. - Pp. 780 - 786.

6. Абрамов О.В., Катуева Я.В. Назаров Д.А. Оптимальный параметрический синтез по критерию запаса работоспособности // **Проблемы управления**. – 2007. - №6. – С. 64 - 69.
7. Abramov O.V., Katueva Y.V. and Nazarov D.A. Reliability-Directed Distributed Computer-Aided Design System // Proc. Of the IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management. – Singapore. - 2007. - Pp. 1171 – 1175.
8. Назаров Д.А. Использование распределенных вычислений при построении области работоспособности. // **Информатика и системы управления**. - 2008. - №1(15). – С. 142–151.
9. Назаров Д.А. Технология распределенных вычислений в задаче построения областей работоспособности // «Интеллектуальный потенциал вузов – на развитие Дальневосточного региона России»: материалы X международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. - Владивосток: ВГУЭС. - 2008. – кн. 2 - С. 57 – 60.
10. Abramov O., Katueva Y., Nazarov D. Construction of acceptability region for parametric reliability optimization // Reliability & Risk: Analysis: Theory & Applications. - 2008. - vol.1. - № 3. - Pp. 20 - 28.
11. O.V.Abramov, Y.V.Katueva and D.A.Nazarov Distributed computing environment for reliability-oriented design // Reliability & Risk: Analysis: Theory & Applications. - 2009. - vol.2. - No.1(12). - Pp. 39 - 46.
12. Абрамов О.В., Диго Г.Б., Диго Н.Б., Катуева Я.В., Назаров Д.А. Параметрический синтез технических систем в неопределенных средах. // **Информатика и системы управления**. – 2009. - №1(19). - с. 55 - 65.
13. Назаров Д.А. Алгоритм построения области работоспособности с детализированным квантованием области поиска // Надежность и качество: труды международного симпозиума в 2-х т./ под ред. Н.К. Юркова. - Пенза: Информационно-издательский центр ПензГУ. - 2009. - 2 т. - С. 18 – 22.
14. Назаров Д.А. Декомпозиция задачи построения области работоспособности сложных систем при использовании технологии распределенных вычислений // «Интеллектуальный потенциал вузов - на развитие Дальневосточного региона России и стран АТР»: материалы XI Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых.- Владивосток: ВГУЭС. - 2009. - кн. 1. - С.43 - 47.
15. Назаров Д.А. Двоичная многоуровневая детализация элементов сеточного представления области работоспособности // «Надежность и качество-2010»: труды Международного симпозиума в 2-х т. / под ред. Н. К. Юркова. - Пенза: ПГУ. - 2010. - 1 т. – с. 337 — 341.
16. Назаров Д.А. Реализация критерия запаса работоспособности методом вписывания куба максимального объема // XXXV Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова: сб.докл. [Электронный ресурс]. - Владивосток: ИАПУ ДВО РАН. - 2010. - с. 772 – 781.

Назаров Дмитрий Анатольевич

Разработка алгоритмических и программных средств
построения и анализа областей работоспособности
аналоговых технических систем

Автореферат

Подписано к печати 11.01.2011	Усл.п.л. 1,0	Уч.-изд.л. 0,8
Формат 60x84/16	Тираж 100 экз.	Заказ 1

Издано ИАПУ ДВО РАН. 690041, г. Владивосток, Радио, 5.
Отпечатано участком оперативной печати ИАПУ ДВО РАН
690041, Владивосток, Радио, 5