На правах рукописи

ОБУХОВА Елена Владимировна

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ДВУХКОНТИНУУМНОЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ МАССОПЕРЕНОСА НЕСЖИМАЕМЫХ СРЕД

01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Владивосток

2006

Работа выполнена в Дальневосточном государственном техническом университете.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Буренин Анатолий Александрович.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор
Чехонин Константин Александрович;
кандидат физико-математических наук
Луценко Николай Анатольевич.

Ведущая организация: Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет.

Защита состоится «22» ноября 2006 года в 12 часов 30 минут на заседании диссертационного совета ДМ 005.007.02 в Институте автоматики и процессов управления ДВО РАН по адресу: 690041, г. Владивосток, ул. Радио, 5, аудитория 510.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института автоматики и процессов управления ДВО РАН.

Автореферат разослан «20» октября 2006 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
кандидат физико-математических наук Дудко О.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертационной работы. Известно, что использование закона диффузии Фика при изучении взаимопроникающих движений сплошных сред приводит к парадоксу бесконечной скорости массопереноса при диффузии так же, как и применение закона теплопроводности Фурье в процессах теплообмена – к парадоксу бесконечной скорости распространении тепла по теплопроводящему телу. Данное обстоятельство требует отказаться от этих феноменологических линейных законов не только с общетеоретических позиций, но и иногда отталкиваясь лишь от нужд технологической практики. Наблюдаются эффекты, объяснение которым находится только в рамках гиперболической теории массопереноса. Примером тому могут служить закономерности изменения объема гранул ионообменников в процессах сорбции – десорбции и явление их разрушения в таких процессах. Классическая теория массопереноса может приводить к недопустимому разногласию с опытами в случаях существенно нестационарных переходных процессов диффузии.

Обобщения линейного закона теплопроводности, направленные на исключение бесконечной скорости распространения тепла, известны с середины прошлого века (*Vernotte P., Лыков А.В., Чернышов А.Д., Краснюк И.Б., Coleman B., Curtin M.E., Pipkin A.C., Day W.A., Norwood F.R., Nunzioto J.W.*). В настоящее время, например, достаточно развита теория термоупругости, построенная на основе гиперболической теории теплопроводности (*Подстригач Я.С., Коляно Ю.М., Ломакин В.А., Бурак Я.И.*). В теории массопереноса использование обобщенного закона Фика, приводящего к гиперболической теории (а именно, к гиперболическому уравнению диффузионного распространения вещества), встречается существенно реже (*Ганжа В.Л., Журавский Г.И., Симкин Э.М., Буренин А.А., Селеменев В.Ф., Шаруда В.А.*). В то же время, как уже отмечалось, явления, диктуемые переходными процессами в установлении массопереноса, встречаются. Заметим здесь, что регистрация фронтов концентрации, измерение их интенсивностей с учетом имеющихся закономерностей их изменения могут послужить инструментом теоретического изучения взаимопроникающих движений компонент смеси в процессах массообмена. Указанные обстоятельства предопределяют актуальность темы диссертационной работы и задают ее цели.

Основной *целью диссертационной работы* является составление математической модели взаимопроникающих движений двух химически не реагирующих несжимаемых сплошных сред в гомогенных смесях на основе обобщенного закона их взаимной диффузии; изучение закономерностей распространения поверхностей разрывов концентрации; постановка и решение на такой основе краевых задач о распространении жидкой примеси по потоку и о набухании полимерных материалов.

Научная новизна результатов, полученных в диссертационной работе, состоит в следующем:

- разработана математическая модель взаимодиффузии двух химически не реагирующих сплошных сред на основе обобщенного закона диффузии, учитывающая конечную скорость продвижения фронта диффундирующих сред;
- вычислены скорости распространения поверхностей разрывов концентрации, получены и в простейших случаях проинтегрированы обыкновенные дифференциальные уравнения затухания интенсивности разрыва концентрации;
- в рамках разработанной модели на основе изучения свойств возникающих поверхностей разрывов поставлены и решены некоторые краевые задачи о распространении жидкой примеси по ламинарному основному потоку, о набухании сферических зерен ионитов.

Достоверность полученных результатов базируется на использовании классических подходов механики гомогенных смесей, теории движущихся поверхностей разрывов и средств математической физики, а также на непротиворечивости классическим моделям, основанным на приближении Обербека-Буссинеска при предельном переходе к случаю малых концентраций. При решении конкретных краевых задач использовались общепризнанные численноаналитические процедуры и методы.

Теоретическая и практическая значимость результатов работы. Существенная нестационарность процесса распространения примеси по потоку, когда присутствует разрыв в начальных условиях, с необходимостью ставит вопрос о закономерностях распространения переднего фронта концентрации. Именно на таких движущихся поверхностях ставится часть краевых условий и, следовательно, они оказываются необходимым элементом уже в самой постановке задачи. То же относится к переднему фронту проникающей жидкости при набухании деформируемых тел. В этом состоит теоретическое значение работы. Ее практическая значимость связана с экологической проблемой регистрации места и интенсивности источников примеси, а также с оптимизацией технологических процессов очистки органических растворов в ионообменных установках.

Апробация результатов диссертации. Отдельные результаты реферируемой работы докладывались и обсуждались на Всероссийской математической школе-семинаре имени академика Е.В. Золотова (Владивосток, 2001, 2002, 2004), V Дальневосточной конференции студентов и аспирантов по математическому моделированию (Владивосток, 2001), региональной научно-технической конференции «Молодежь и научно-технический прогресс» (Владивосток, 2002). Диссертация в целом докладывалась на объединенном семинаре кафедры математического моделирования и информатики ДВГТУ и лаборатории механики деформируемого твердого тела ИАПУ ДВО РАН под руководством д.ф.-м.н., профессора А.А. Буренина.

Публикации по работе. По теме диссертации опубликовано 16 работ, список которых приводится в конце автореферата.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы из 103 наименований. Общий объем работы – 125 страниц, в том числе 46 рисунков и графиков, включенных в текст.

Автор глубоко признательна за поддержку работы Российскому фонду фундаментальных исследований (грант № 06-01-96020).

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во *__введении__* приводится обзор литературы, связанной с движением многокомпонентных смесей. Основное внимание уделено гиперболической теории массопереноса. Отмечаются возможные обобщения линейных феноменологических законов Фика и Фурье, которые приводят к гиперболическим теориям массопереноса и теплопроводности. Указываются примеры природных и технологических процессов, где гиперболическая теория массопереноса может оказаться совершенно необходимой. Отталкиваясь от приведенного литературного обзора, формулируется цель, и определяются задачи исследований, проведенных в диссертационной работе.

__Первая глава__ диссертации посвящена записи соотношений взаимопроникающего движения за счет диффузии двух несжимаемых, химически не реагирующих жидкостей в трех случаях: нестационарном, стационарном и существенно нестационарном. В качестве основополагающего предположения принимается условие сохранения объема каждой из составляющих смеси в процессе ее движения. Следствием этого принимаемого условия являются соотношения

$$\frac{r_1}{r_{10}}+\frac{r_2}{r_{20}}=1, \qquad \left(\frac{r_1 v_j^{(1)}}{r_{10}}+\frac{r_2 v_j^{(2)}}{r_{20}}\right)_{,j}=0. \tag{1}$$

Здесь использованы следующие обозначения: $v_j^{(1)}$ – компоненты вектора скорости, r_1, r_{10} – приведенная плотность (в смеси) и истинная плотность (отдельно взятой до перемешивания) первой компоненты смеси (проникающая жидкость или примесь); $v_j^{(2)}$, r_2, r_{20} – аналогичные параметры второй компоненты (несущая жидкость или набухающее тело); индекс после запятой означает дифференцирование по соответствующей пространственной координате x_j. Соотношения (1) эквивалентны условиям $r=Const$ и $v_{j,j}=0$, определяющим движение несжимаемой сплошной среды и играют в двухконтинуумном движении сплошных сред ту же роль. Если бы движение одной из составляющих смеси первоначально не осуществлялось, например $v_j^{(2)}\big|_{t=0}=0$, тогда и $v_j^{(1)}\big|_{t=0}=0$ в исследуемом объеме. Возникающее движение за счет последующей диффузии подчинялось бы условию

$$\frac{r_1}{r_{10}}v_j^{(1)}+\frac{r_2}{r_{20}}v_j^{(2)}=0. \qquad (2)$$

То есть безвихревой процесс диффузии примеси в спокойном водоеме не вызывает вихревых движений в последнем. Но присутствующее, пусть даже безвихревое, движение основного потока за счет диффузии в него примеси может преобразовываться в вихревое, зависимость (2) для которого места не имеет.

В качестве определяющего закона диффузии можно принять классический закон Фика

$$q_j=-lc,_j,$$

где $q_j=r_1(v_j^{(1)}-v_j)$, $v_j=\dfrac{r_1v_j^{(1)}+r_2v_j^{(2)}}{r_1+r_2}$ – компоненты диффузионного потока и среднемассовой скорости смеси соответственно, l – коэффициент диффузии, $c=r_1r^{-1}$ – концентрация примеси, $r=r_1+r_2$ – плотность смеси. Тогда замкнутая модель переноса примеси в случае нестационарной диффузии и идеальных составляющих смеси имеет вид:

$$\begin{cases} r=\dfrac{r_{10}r_{20}}{r_{20}c+r_{10}(1-c)} \\ r\left\{\dfrac{\partial c}{\partial t}+(v_i^{(2)}-cw_i)c,_i\right\}-lc,_{jj}=0, \\ \left(r_{10}v_i^{(2)}-rcw_i\right),_i=0, \\ rc(1-c)w_i=lc,_i, \\ rc_i-p,_i=\dfrac{\partial}{\partial t}\left\{r\left(v_i^{(2)}-cw_i\right)\right\}+\left\{r\left(v_i^{(2)}v_j^{(2)}+cw_iw_j-cv_i^{(2)}w_j-cw_iv_j^{(2)}\right)\right\},_j, \end{cases} \qquad (3)$$

где $w_i=v_i^{(2)}-v_i^{(1)}$. При учете вязкости составляющих последнее уравнение в системе (3) заменится на соотношение

$$\frac{\partial}{\partial t}\left\{r\,(v_i^{(2)}-cw_i)\right\}+\left\{r\,(v_i^{(2)}v_j^{(2)}+cw_iw_j-cv_i^{(2)}w_j-cw_iv_j^{(2)})\right\}_{,j}=$$
$$=-p,_i+(h_1+h_2)(v_{i,j}^{(2)}+v_{j,i}^{(2)}),_j-h_1(w_{i,j}+w_{j,i}),_j+r\,c_i\,,$$

где h_a – коэффициенты вязкости компонент смеси (a={1,2}), c_i – интенсивность распределенной массовой силы, p – давление в смеси.

Во втором параграфе первой главы рассмотрен стационарный случай распространения примеси, при котором второе и последнее соотношения модели (3) упрощаются соответственно:

$$r\left\{(v_i^{(2)}-cw_i)c,_i\right\}-l\,c,_{jj}=0,\quad r\,c_i-p,_i=\left\{r\left(v_i^{(2)}v_j^{(2)}+cw_iw_j-cv_i^{(2)}w_j-cw_iv_j^{(2)}\right)\right\}_{,j}.$$

При помощи теории потенциальных течений и функции комплексного переменного найдены простейшие решения этой модели для различных видов установившегося плоского (i, $j\in\{1,\ 2\}$) течения и точечного источника постоянной малой концентрации, расположенного в начале координат.

В третьем параграфе доказано, что часто используемая для задач распространения примеси модель в приближении Обербека-Буссинеска является следствием общих уравнений построенной модели (3), но только при условии малости концентрации примеси.

Проблемным остается моделирование неустановившейся диффузии по потоку и особенно моделирование закономерностей первоначального прихода примесей в точки пространства, где возможно их регистрирование. Это заставляет рассмотреть особенности процесса при конечной скорости массопереноса, иначе, провести моделирование в рамках гиперболической теории. Для этого применяется простейшее обобщение закона Фика, исключающее бесконечность скорости диффузии

$$q_i+t\,\frac{\partial q_i}{\partial t}=-l\,c,_i\,. \tag{4}$$

Новая константа t служит мерой релаксации диффузионного потока и поэтому носит название времени релаксации. С использованием этого закона второе и четвертое уравнения модели (3) заменятся следующими:

$$
\begin{gathered}
\rho\left\{\frac{\partial c}{\partial t}+\tau\,\frac{\partial^2 c}{\partial t^2}+(v_i^{(2)}-cw_i)c,_i+\tau\,\frac{\partial}{\partial t}\left[(v_i^{(2)}-cw_i)c,_i\right]\right\}+\\
+\tau\rho^2\,\frac{\rho_{10}-\rho_{20}}{\rho_{10}\rho_{20}}\frac{\partial c}{\partial t}\left\{\frac{\partial c}{\partial t}+(v_i^{(2)}-cw_i)c,_i\right\}=\lambda c,_{jj}\,,
\end{gathered}
\tag{5}
$$

$$
c(1-c)\rho w_i+\tau\,\frac{\partial}{\partial t}\{\rho c(1-c)w_i\}=\lambda c,_i\,.
$$

Часть краевых условий для системы уравнений (5) следует поставить на движущихся фронтальных поверхностях разрывов концентраций. Знание закономерностей их движения, таким образом, является необходимым элементом математической модели.

Во *второй главе* диссертационной работы вычислена скорость G распространения поверхности $\Sigma(t)$ разрыва концентрации. В случае переднего фронта ($c^+=0$) распространяющейся примеси G зависит лишь от скорости $v_i^{(2)+}$ частиц перед фронтом и степени интенсивности процесса диффузии (n_i – компоненты единичной нормали к $\Sigma(t)$):

$$
G=\frac{1}{2}\left(v_i^{(2)+}n_i+\sqrt{\frac{4\lambda}{\tau\rho_{20}}+(v_i^{(2)+}n_i)^2}\right).
\tag{6}
$$

Если водоем спокойный ($v_i^{(2)+}\equiv 0$) или поверхность разрыва $\Sigma(t)$ является передним фронтом проникающей жидкости при набухании твердого тела, то $G=G_0=\sqrt{\dfrac{\lambda}{\tau\rho_{20}}}$. Примеры движения $\Sigma(t)$ показаны на рис. 1 и 2 ($v_i^{(2)+}$=1.4 м/с, λ = 10^{-6} кг/(м·с), τ = $4\cdot10^{-9}$ с).

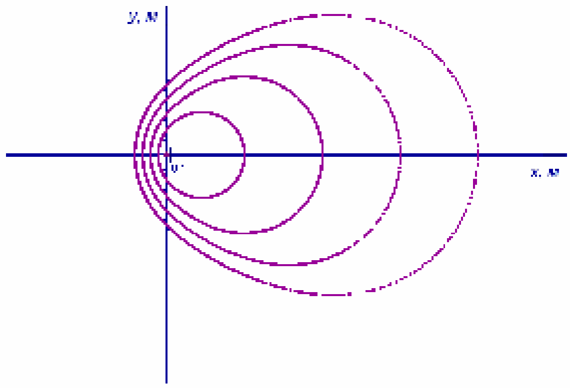

Рис.1

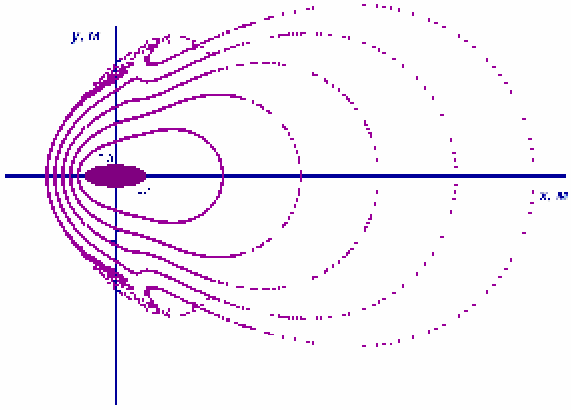

Рис.2

На рис.1 иллюстрируются последовательные положения переднего фронта от точечного источника, расположенного в начале координат при постоянном ламинарном потоке жидкости вдоль оси абсцисс. Рис.2 иллюстрирует потерю устойчивости фронта от источника эллипсоидальной формы за счет переноса примеси набегающим потоком.

Во втором параграфе средствами теории рекуррентных условий совместности разрывов на движущихся поверхностях получено уравнение затухания интенсивности фронта примеси, которое в предположении малости разрыва концентрации имеет вид

$$\frac{d[c]}{dt}+[c]\left(0.5t^{-1}-0.5v^{(2)+}_{j,a}g^{ab}x_{j,b}-0.5G^{-1}v^{(2)+}_{j}G,_{a}g^{ab}x_{j,b}-HG\right)=0. \qquad (7)$$

Здесь $H=0.5g^{ab}b_{ab}$ - средняя кривизна поверхности $\Sigma(t)$, $g_{ab}=x_{i,a}x_{i,b}$, $b_{ab}=x_{i,ab}n_i$ – коэффициенты первой и второй квадратичных форм поверхности. В общем случае $v^{(2)+}_{j,\alpha}$, g^{ab}, H, $x_{j,b}$ зависят от координат рассматриваемой точки $\Sigma(t)$. Проследить за изменением интенсивности фронта возможно последовательными вычислениями (по лучу) при указании первоначального положения выбираемой точки на $\Sigma(t)$. Исключением являются случаи плоских и сферических фронтов разрывов. В первом случае из (7) следует

$$h=-[c]=c^{-}-c^{+}=c_0\exp\left(-0.5tt^{-1}\right), \qquad (8)$$

во втором интенсивность разрыва h зависит еще и от изменения кривизны r^{-1} фронта

$$h=c_0\exp\left(-0.5tt^{-1}+G_0tr^{-1}\right). \qquad (9)$$

В (8) и (9) c_0 – первоначальный скачок концентрации при t=0. Заметим, что интенсивность разрыва концентрации может увеличиваться в сходящихся поверхностях разрыва за счет увеличения их кривизны. Данная особенность является причиной возникновения больших растягивающих напряжений в центре сферических зерен ионообменников, разрушающих их.

В последнем параграфе главы рассматривается применение построенной модели на примере задачи о нестационарной диффузии примеси от сферического источника малой концентрации в спокойном водоеме.

В третьей главе также в рамках гиперболической теории массопереноса моделируется процесс взаимодиффузии в системе жидкость – упругое тело. В общем случае модель, описывающая движение точек сплошной твердой среды, деформирующейся из-за проникновения (диффузии) в нее несжимаемой жидкости имеет вид

$$\begin{cases} r_2 = (1-c)r = \dfrac{r_{10} r_{20} (1-c)}{r_{20} c + r_{10} (1-c)}, \\ v_i^{(2)} = \dot{u}_i^{(2)} + u_{i,j}^{(2)} v_j^{(2)}, \\ v_j^{(2)} = -\dfrac{q_j}{r_{10}(1-c)}, \\ r_2 = r_{20} \sqrt{1 - 2I_1 + 2I_1^2 - 2I_2 - \dfrac{4}{3} I_1^3 + 4 I_1 I_2 - \dfrac{8}{3} I_3}, \\ q_i + t \dfrac{\partial q_i}{\partial t} = -l\, c,_i , \end{cases} \tag{10}$$

где $u_i^{(2)}$ – компоненты вектора перемещения точек твердого тела, $I_1=d_{ii}$, $I_2=d_{ik}d_{ki}$, $I_3=d_{ik}d_{kj}d_{ji}$ – инварианты тензора деформаций $d_{ij} = \frac{1}{2}\left(u_{i,j}^{(2)} + u_{j,i}^{(2)} - u_{k,i}^{(2)} u_{k,j}^{(2)}\right)$.

Приводятся решения двух одномерных краевых задач о набухании упругого тела: плоской и сферической. В первом случае краевые условия на движущихся поверхностях задаются в виде

$$u=0 \ \text{ при } \ x = G_0 t = \sqrt{\frac{l}{t r_{20}}} \cdot t,$$

$$c = \frac{r_{10} u,_x}{r_{20} + (r_{10} - r_{20}) u,_x} = f(t) \ \text{ при } \ x = -\int_0^t v(x,t)dt \approx -v_0 t - \frac{at^2}{2},$$

где $f(t)$ – некоторая функция, задающая изменение концентрации жидкости на границе набухающего тела, v – скорость движения данной границы ($v=v_0$ в начальный момент процесса диффузии), G_0 – скорость фронта проникающей жидкости. Приведем здесь решение для случая постоянной концентрации проникающей жидкости на границе твердого тела $f(t)=c_0$:

$$u = -\frac{r_{20}c_0}{r_{20}c_0 + r_{10}(1-c_0)}(G_0 t - x) +$$

$$+\frac{r_{20}c_0\left(G_0^2 r_{10} - (r_{10} - r_{20})c_0(v_0^2 - G_0^2)\right)}{4G_0^3 t\left(r_{20}c_0 + r_{10}(1-c_0)\right)^2}\cdot\left\{(G_0^2 t^2 - x^2) + \frac{v_0}{v_0 + G_0}(G_0 t - x)^2\right\}.$$

В задаче о набухании сферического зерна ионообменника начального радиуса r_0 краевые условия следующие:

$$u\Big|_{r = r_0 - G_0 t} = 0; \qquad c\Big|_{r=r_0} = \frac{r_{10}}{r_{20}}\left(\frac{\partial u}{\partial r} + 2\frac{u}{r}\right)\Big|_{r=r_0} = f(t).$$

И тогда в предположении малости перемещений

$$u = \frac{r_{20}}{r_{10}r^2}\left\{\ r_0 r\int_0^{r+G_0t} f\left(\frac{n-r_0}{G_0}\right)dn - r_0(r_0 - G_0 t)\int_0^{r_0} f\left(\frac{n-r_0}{G_0}\right)dn -\right.$$

$$\left.- r_0\int_{r_0}^{r+G_0t} dl \int_0^{l} f\left(\frac{n-r_0}{G_0}\right)dn\ \right\}.$$

Используя эти соотношения, в обоих случаях найдены и проиллюстрированы функции концентрации проникающей жидкости и функции возникающих напряжений. Замечено, что при сходящейся ударной волне, то есть при r стремящемся к нулю, напряжения возрастают до бесконечности. Полученные результаты позволяют объяснить эффекты разрушения сферических зерен ионитов при их погружении в воду или какой-нибудь раствор и изменения их объема при переходе из водной среды в органическую и наоборот, также приводящего к быстрому их разрушению в процессах сорбции - десорбции.

В последнем параграфе приводится решение аналогичной сферической задачи о набухании с учетом сжимаемости обеих сплошных сред. В этом случае исследуется движение двух фронтальных поверхностей – фронта волны массообмена (фронта проникающей примеси) и фронта продольной ударной волны, возникающей при деформировании упругого тела. Функции перемещения обеих сплошных сред найдены как в области проникновения жидкой фазы, так и в области предшествующего деформирования.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. На основе механики многокомпонентных гомогенных смесей разработана математическая модель взаимодиффузии двух химически не реагирующих сплошных сред, учитывающая конечную скорость диффузии.
2. Изучены закономерности распространения поверхностей разрывов концентрации, вычислены скорости их распространения в общем и частных случаях. Применяя теорию поверхностей разрывов, получено дифференциальное уравнение, отражающее процесс затухания интенсивности разрыва концентрации, которое в некоторых частных случаях позволило проследить за изменением данной характеристики процесса диффузии со временем.
3. В рамках разработанной модели на основе изучения свойств возникающих поверхностей разрывов поставлены и решены некоторые краевые задачи о распространении жидкой примеси по постоянному набегающему потоку.
4. Поставлены и решены некоторые краевые задачи о переходном процессе деформирования набухающей упругой среды; исследован процесс формирования больших растягивающих усилий в матрице сферического ионообменника в процессах сорбции-десорбции как в случае моделирования материала ионита несжимаемой, так и сжимаемой упругой средой.

ПУБЛИКАЦИИ ПО МАТЕРИАЛАМ ДИССЕРТАЦИИ

1. Обухова Е.В. О переносе несжимаемой жидкой примеси потоком несжимаемой жидкости // Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова: Тезисы докладов. Владивосток: Дальнаука, 2001. С. 78-79.
2. Обухова Е.В. Модель переноса несжимаемой жидкой примеси с учетом ее диффузии в основной поток в случае существенно нестационарности явления // V Дальневосточная конференция студентов и аспирантов по математическому моделированию (12 – 15 ноября 2001, Владивосток).

Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2001. С. 11-12.

3. Обухова Е.В. Вычисление скорости распространения фронта примеси потоком несжимаемой жидкости // Молодежь и научно-технический прогресс: материалы конференции. Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2002. С. 81-83.
4. Обухова Е.В. Перенос несжимаемой жидкой примеси с учетом ее диффузии в основной поток // III Международная конференция (Интернет-версия) молодых ученых, студентов, старшеклассников и творческой молодежи «Актуальные проблемы современной науки»: материалы конференции. Самара: Изд-во ПовМАН, 2002. С. 93.
5. Обухова Е.В. К моделированию процесса распространения несжимаемой жидкой примеси по потоку жидкости // Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова: тезисы докладов. Владивосток: Дальнаука, 2002. С. 86.
6. Obukhova Elena V., Mantzubora Alexander A. About regularities concentration front distribution of impurity to a fixed stream of incompressible fluid // Fifth international Young Scholars’ Forum of the Asia-pacific Region Countries. Russia. Vladivostok: Far East State Technical University. 2003. P. 224-225.
7. Обухова Е.В. К моделированию процесса распространения примеси по потоку // Вологдинские чтения: материалы конференции. Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2003. С. 62-63.
8. Буренин А.А., Обухова Е.В. Перенос несжимаемой жидкой примеси при учете ее диффузии в основной поток // Дальневосточный математический журнал. 2003. Т.4. №1. С. 101-107.
9. Обухова Е.В. Вычисление интенсивности переднего фронта концентрации примеси, переносимой потоком жидкости // Дальневосточная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых по математическому моделированию (9 – 11 декабря 2003, Владивосток). Владивосток: Изд-во ИПМ ДВО РАН, 2003. С. 16-17.

10. Буренин А.А., Обухова Е.В. О гиперболической задаче переноса несжимаемой жидкой примеси потоком несжимаемой жидкости // Современные проблемы механики и прикладной математики. Сборник трудов международной школы-семинара. Воронеж: Изд-во ВГУ, 2004. Ч.1. С. 96-99.
11. Обухова Е.В. О затухании фронта концентрации примеси в потоке несжимаемой жидкости // Дальневосточный математический журнал. 2005. Т.6. №1-2. С. 112-116.
12. Обухова Е.В. Перенос жидкой примеси потоком несжимаемой жидкости при учете диффузии // Вологдинские чтения: материалы конференции. Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2004. С. 82-83.
13. Обухова Е.В. К задаче о диффузионном распространении жидкой примеси // XXX Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова: тезисы докладов. Хабаровск: ДВГУПС, 2005. С. 166-167.
14. Обухова Е.В., Рагозина В.Е. О переходных процессах в установлении взаимопроникающих движений несжимаемых сплошных сред // Современные проблемы механики и прикладной математики. Сборник трудов международной школы-семинара. Воронеж: Изд-во ВГУ, 2005. Ч.2. С. 68-70.
15. Обухова Е.В. О диффузионном распространении жидкой примеси // Вологдинские чтения: материалы конференции. Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2005. С. 21-22.
16. Обухова Е.В., Рагозина В.Е. О гиперболической теории массопереноса в двухкомпонентных несжимаемых смесях // Вестник ДВО РАН. 2006. № 4. С. 103-105.

Личный вклад автора. Работы [1-5, 7, 9, 11-13, 15] выполнены автором лично. В работе [6, 14, 16] автор участвовала в постановке задач и выполняла все необходимые численные расчеты. В работах [8, 10] автором были разработаны алгоритмы решения поставленных задач и проведены необходимые вычисления.

ОБУХОВА Елена Владимировна

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ДВУХКОНТИНУУМНОЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ МАССОПЕРЕНОСА НЕСЖИМАЕМЫХ СРЕД

Автореферат

Подписано к печати 16.10.2006 г. Усл.п.л. 0.8 Уч.-изд.л. 0.7

Формат 60x84/16. Тираж 100. Заказ 63.

Издано ИАПУ ДВО РАН. Владивосток, Радио, 5.

Отпечатано участком оперативной печати ИАПУ ДВО РАН.

Владивосток, Радио, 5.