

СКОПИНА Галина Артуровна

**АНАЛИЗ ЗАВИХРЕННОСТИ ПОТОКА  
ЗА УДАРНЫМИ И ДЕТОНАЦИОННЫМИ ВОЛНАМИ**

01.02.05 - механика жидкости, газа и плазмы

**А в т о р е ф е р а т**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук



Владивосток – 2009

Работа выполнена в Институте автоматике и процессов управления ДВО РАН

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,  
профессор, академик  
Левин Владимир Алексеевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор  
Алексеев Геннадий Валентинович,  
доктор физико-математических наук,  
профессор  
Федоров Александр Владимирович

Ведущая организация: Научно-исследовательский институт  
механики МГУ им. М.В.Ломоносова

Защита состоится « 20 » \_\_\_\_\_ марта \_\_\_\_\_ 2009 года в 11<sup>00</sup> часов на заседании  
объединенного диссертационного совета ДМ005.007.02 в Институте автома-  
тики и процессов управления ДВО РАН по адресу: 690041, г. Владивосток,  
ул. Радио, 5, аудитория 510. E-mail: [dm00500702@iacp.dvo.ru](mailto:dm00500702@iacp.dvo.ru).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института автоматике и  
процессов управления ДВО РАН

Автореферат разослан « \_\_\_\_ » февраля 2009 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
кандидат физико-математических наук



Дудко О.В.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Задаче о сверхзвуковом взаимодействии вихревого течения с ударной волной посвящено достаточно много как теоретических, так и экспериментальных работ. Эти проблемы имеют важное прикладное значение, так как они лежат в основе ряда технических приложений. Взаимодействие сверхзвукового вихревого потока с ударными волнами встречается в ряде аэродинамических задач, связанных с полетом ракет и самолетов, в камерах сгорания ракетных двигателей и так далее. Таким образом, задача по изучению завихренности потока за ударными или детонационными волнами, возникающими в сверхзвуковом потоке горючего газа, имеет важное теоретическое и прикладное значение. В ранее проведенных исследованиях в данной области в работах Truesdell С., Лайтхилла М., Hayes W.D., Майкапара Г.И., Русанова В.В. рассматривались только однородные течения с равной нулю начальной завихренностью. Отличие от уже существующих исследований заключается в том, что в данной работе впервые изучается завихренность не только за ударными, но и за детонационными волнами, возникающими в неоднородных сверхзвуковых потоках газов с отличной от нуля начальной завихренностью.

Целью работы является изучение вектора вихря скорости за стационарными и нестационарными ударными и детонационными волнами, которые возникают в сверхзвуковых неоднородных потоках горючего газа.

Научная новизна работы заключается в следующем:

- выполнена систематическая работа по определению вектора вихря скорости на поверхностях ударных и детонационных волн, возникающих в сверхзвуковом потоке газа;

- рассмотрено распространение плоских и цилиндрических детонационных волн во вращающихся потоках; получен необходимый критерий существования условий, при которых волна распространяется в режиме Чепмена–Жуге; критерий получен как для сходящихся, так и расходящихся волн детонации в закрученном потоке газа;

- впервые на поверхностях ударных и детонационных волн установлен новый закон сохранения величины, равной отношению касательной компоненты

вектора вихря к плотности газа, который выполняется для нестационарных одномерных течений, а также для стационарных и нестационарных осесимметричных течений.

Достоверность полученных результатов базируется на использовании классических подходов газовой динамики, теории движущихся поверхностей разрывов и строгих методов математической физики.

Практическая значимость работы. Результаты, полученные в работе, могут быть использованы в аэродинамике летательных аппаратов, в различных технических приложениях, связанных с энергетическими установками.

Полученный в работе дополнительный закон сохранения на поверхности разрыва величины, равной отношению касательной компоненты вектора вихря к плотности, который всегда выполняется для одномерных течений и в некоторых случаях для неодномерных течений, может быть использован для локального уменьшения числа искомых функций и в численных расчетах.

Апробация работы. Отдельные результаты работы докладывались и обсуждались на 19-ой Всероссийской школе-семинаре «Аналитические методы и оптимизация процессов в механике жидкости и газа» (Снежинск, 2002), международной конференции «19th International Colloquium on the Dynamics of Explosions and Reactive Systems» (Japan, 2003), IX Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике (Нижний Новгород, 2006). Работа в целом докладывалась в Институте автоматики и процессов управления ДВО РАН.

Результаты, изложенные в данной работе, получены при поддержке грантов Дальневосточного отделения РАН (код проекта 06-II-C0-03-009) и Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 09-01-98519 p\_восток\_a).

Публикации по работе. По теме диссертации опубликовано 6 научных работ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы из 93 наименований. Объем работы – 157 страниц, в том числе 45 рисунков.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении приводится краткий обзор литературы, посвященной изучению завихренности потока за ударными волнами. Обсуждаются известные исследования процесса распространения детонационных волн в режиме Чепмена–Жуге. Излагается структура диссертационной работы.

Первая глава посвящена описанию моделей течений газа с разрывами. В первом параграфе вводятся основные уравнения математической модели, описывающей движения газа с образованием ударных и детонационных волн. Приводится постановка задачи для стационарных и нестационарных течений.

Для непрерывных адиабатических движений систему дифференциальных уравнений газовой динамики для совершенного невязкого газа можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \operatorname{grad}) \mathbf{V} + \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{p}{\rho^\gamma} \right) + (\mathbf{V} \cdot \operatorname{grad}) \frac{p}{\rho^\gamma} &= 0.\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь  $t$  – время,  $\mathbf{V}$  – вектор скорости с тремя компонентами  $\{u, v, w\}$ ,  $p$  – давление,  $\rho$  – плотность газа,  $\gamma$  – показатель адиабаты.

Уравнения (1) справедливы в области движения, где параметры газа непрерывны вместе со своими производными по координатам пространства и по времени. На поверхности разрыва должны выполняться законы сохранения, которые можно записать в виде:

$$\begin{aligned}\rho(v_n - D) &= \rho_0(v_{0n} - D), \\ p + \rho(v_n - D)^2 &= p_0 + \rho_0(v_{0n} - D)^2, \\ v_\tau &= v_{0\tau}, \quad v_\beta = v_{0\beta}, \\ \frac{1}{2}(v_n - D)^2 + \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \frac{p}{\rho} &= \frac{1}{2}(v_{0n} - D)^2 + \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \frac{p_0}{\rho_0} + Q.\end{aligned}\tag{2}$$

В этих выражениях  $D$  – модуль скорости движения поверхности разрыва  $\Sigma$  в направлении вектора нормали  $\mathbf{n}$ ;  $v_n = (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n})$  – нормальная составляющая вектора ско-

рости,  $v_\tau = (V \cdot \tau)$ ,  $v_\beta = (V \cdot \beta)$  – касательные составляющие вектора скорости  $V$ , лежащие в плоскости, касательной к поверхности разрыва;  $\tau, \beta$  – касательные вектора к  $\Sigma$ . Величины с индексом “0” обозначают значения параметров газа перед волной, а величины без индекса – за волной.

Последнее соотношение в (2) является следствием уравнения энергии для скачка с притоком энергии, когда при переходе частиц газа через фронт скачка от состояния «перед фронтом» к состоянию «за фронтом» возникает приток тепла, отнесенный к единице массы газа, равный  $Q$ . Под теплоподводом можно понимать не только приток тепла извне, но и тепловыделение внутри газа вследствие превращения некоторых видов внутренней энергии (химической, ядерной) в тепловую.

В уравнениях (2) предполагается, что значения показателя адиабаты  $\gamma$  перед волной и за волной одинаковые. Разрывы, удовлетворяющие условиям (2), являются детонационными волнами и волнами горения. Если подвод тепла отсутствует ( $Q = 0$ ), разрыв будет ударной волной.

Во втором параграфе данной главы описываются вихревые движения.

Третий параграф является вспомогательным, он посвящен кинематике и геометрии поверхностей в пространстве. В нем описывается криволинейная ортогональная система координат, которая вводится на поверхности разрыва, приводятся основные формулы из дифференциальной геометрии, которые потом используются для определения компонент вектора вихря на поверхности разрыва.

Вторая глава посвящена исследованию установившихся движений газа. Изучается поведение вектора вихря скорости за детонационной волной, расположенной в стационарном сверхзвуковом вихревом потоке горючего газа. Отличие от ранее известных работ по данной тематике заключается в том, что рассматриваются не только ударные, но и детонационные волны, а набегающий поток является неоднородным. Для определения завихренности на поверхности разрыва вводится криволинейная ортогональная система координат, связанная с линиями главных кривизн, используется система дифференциальных уравнений газовой динамики (1), записанная с помощью геометрических условий совместности на поверхности разрыва, динамические условия совместности (2).

В первом параграфе рассматриваются плоскопараллельные и незакрученные

осесимметричные движения. Здесь и далее под незакрученным осесимметричным движением подразумевается равенство нулю угловой скорости ( $w_0 = 0$ ). В этом случае отлична от нуля только  $\omega_z$  – компонента вектора вихря  $2\omega = \text{rot}V$ , перпендикулярная к плоскости течения:

$$\omega_z = \omega_{0z} \frac{\rho}{\rho_0} + \frac{v_{0n,s}}{2} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right)^2 \left/ \frac{\rho}{\rho_0} - \frac{p_{0,s}}{2\rho_0 v_{0n}} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right) - \frac{v_{0n} p_{0,s}}{2\rho_0} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) \right. \quad (3)$$

Здесь  $s$  – длина дуги кривой, определяющей форму волны в плоскости течения (натуральный параметр). Запятая обозначает производную по соответствующей координате.

Во втором параграфе рассматриваются осесимметричные закрученные движения. Тогда отличны от нуля все компоненты вектора вихря, для которых получены аналитические выражения в цилиндрической системе координат  $(x, r, \varphi)$ :

$$\begin{aligned} \omega_x &= v_x \omega_{0n} - v_r \omega_{0\tau} \rho / \rho_0, \quad \omega_r = v_r \omega_{0n} + v_x \omega_{0\tau} \rho / \rho_0, \\ \omega_\varphi &= \omega_{0\varphi} \frac{\rho}{\rho_0} + \frac{1}{2} (u_{0,s} v_x + v_{0,s} v_r - \kappa v_{0\tau}) \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right)^2 \left/ \frac{\rho}{\rho_0} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{p_{0,s}}{2\rho_0 v_{0n}} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right) - \frac{v_{0n} p_{0,s}}{2\rho_0} \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) \right. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $\kappa$  – кривизна поверхности разрыва;  $v_x, v_r$  – компоненты вектора нормали  $\mathbf{v}$  к поверхности разрыва  $\Sigma$ ;  $\omega_n$  – нормальная, а  $\omega_\tau$  – касательная составляющие вектора вихря:

$$\begin{aligned} \omega_n &= \omega_x v_x + \omega_r v_r = \frac{1}{2} \left( w_{0,s} + v_x \frac{w_0}{r} \right) = \omega_{0n}, \\ \omega_\tau &= \omega_x \tau_x + \omega_r \tau_r = \frac{1}{2} \frac{v_{0\tau}}{r v_n} (r w_{0,s} + v_x w_0) = \omega_{0\tau} \frac{\rho}{\rho_0}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\tau_x, \tau_r$  – компоненты касательного вектора  $\boldsymbol{\tau}$  к  $\Sigma$ .

Оказалось, что при переходе через поверхность разрыва нормальная компонента  $\omega_n$  вектора вихря скорости остается непрерывной функцией. Также, как следует из (5), для данного класса течений выполняется закон сохранения величины  $\omega_\tau / \rho$  при любых распределениях параметров газа в набегающем потоке.

В третьем параграфе рассматривается фронт детонации общего вида. Набе-

гающий поток является вихревым с заданным распределением параметров. В общем случае отличны от нуля все три компоненты вектора вихря:

$$\omega_n = (v_{0\tau,l} - v_{0\beta,s})/2 = \omega_{0n},$$

$$\omega_\beta = \frac{\rho}{\rho_0} \omega_{0\beta} - \frac{(\rho_0 - \rho)^2}{2\rho\rho_0} v_{0n,s} + \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) \frac{v_{0n}\rho_{0,s}}{2\rho_0} + \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right) \frac{\rho_{0,s}}{2v_{0n}\rho_0},$$

$$\omega_\tau = \frac{\rho}{\rho_0} \omega_{0\tau} + \frac{(\rho_0 - \rho)^2}{2\rho\rho_0} v_{0n,l} - \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) \frac{v_{0n}\rho_{0,l}}{2\rho_0} - \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right) \frac{\rho_{0,l}}{2v_{0n}\rho_0}.$$

Здесь  $f_{,s}$ ,  $f_{,l}$  – производные величины  $f$  по координатам  $l$  и  $s$ , которые отсчитываются вдоль линий кривизны, соответствующих главным направлениям в касательной плоскости;  $\omega_\tau$ ,  $\omega_\beta$  – касательные составляющие вектора вихря. Нормальная компонента вектора вихря  $\omega_n$ , в силу неизменности касательных компонент вектора скорости, так же сохраняется при переходе через поверхность разрыва. Формулы для вектора вихря получены в специальной криволинейной ортогональной системе координат, введенной на поверхности разрыва. Если производная вдоль одного из главных направлений равна нулю, то для компоненты вектора вихря в перпендикулярном направлении выполняется закон сохранения величины, равный отношению этой компоненты вектора вихря к плотности.

Следует отметить, что формулы для вектора вихря в завихренном неоднородном потоке получены впервые в данной работе.

В четвертом параграфе получены ограничения на параметры течения: максимальное тепловыделение  $q^* = q^*(M_0)$  при заданном числе Маха (рис. 1), и минимальное число Маха  $M_{0*} = M_{0*}(q)$  при заданном тепловыделении (рис. 2):

$$0 \leq q < q_*, \quad \text{где} \quad q_* = (M_0 - 1/M_0)^2,$$

$$M_{0*} < M_0 < \infty, \quad \text{где} \quad M_{0*} = \sqrt{(2 + q + \sqrt{q(4 + q)})}/2.$$

Здесь  $q = 2Q(\gamma^2 - 1)/a_0^2$  – безразмерная величина тепловыделения,  $M_0 = u_0/a_0$  – число Маха,  $a_0$  – скорость звука,  $u_0$  – скорость набегающего потока.



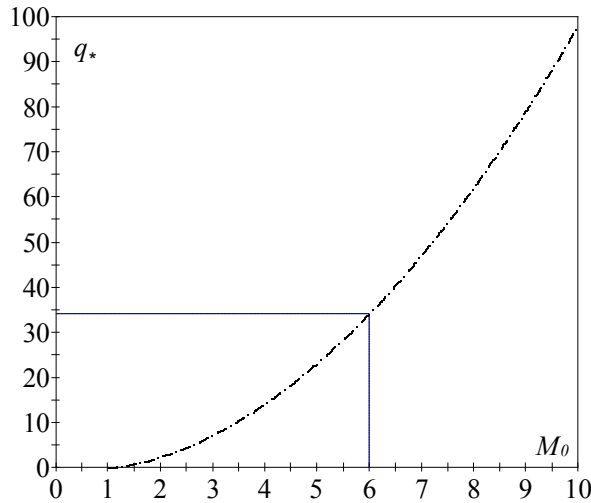


Рис. 1. График максимально возможного тепловыделения  $q^*(M_0)$  для  $\gamma=1,4$ .

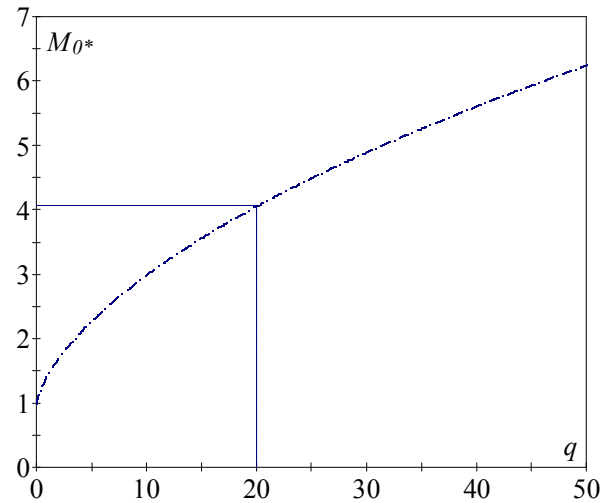


Рис. 2. График минимально возможного числа Маха  $M_{0*}(q)$  для  $\gamma=1,4$ .

Для заданного значения  $M_0$  область допустимых значений для  $q$  будет находиться ниже соответствующей точки по оси ординат (рис. 1), соответственно для заданного  $q$  область допустимых значений для  $M_0$  будет располагаться выше соответствующей точки по оси ординат (рис. 2).

Получено, что угол наклона касательной к волне детонации в точке перехода течения в режим Чепмена–Жуге  $\alpha_J$  зависит от двух этих параметров – числа Маха и тепловыделения в волне детонации:

$$\operatorname{tg} \alpha_J = \sqrt{\frac{2 + q + \sqrt{q(4 + q)}}{2(M_0^2 - 1) - q - \sqrt{q(4 + q)}}}. \quad (6)$$

На рис. 3, 4 показано, как меняется угол наклона касательной к волне в режиме Чепмена–Жуге (6) в зависимости от двух параметров – числа Маха и тепловыделения в волне. Получено, что с увеличением числа Маха тангенс угла наклона, а значит и сам угол, уменьшаются (рис. 3), а с ростом тепловыделения в волне, наоборот, тангенс угла наклона увеличивается (рис. 4). Вертикальные линии на графиках обозначают критические значения параметров:  $q^*$  и  $M_{0*}$ , при которых тангенс угла наклона касательной к волне детонации в режиме Чепмена–Жуге стремится к бесконечности ( $\alpha_J \rightarrow \pi/2$ ).

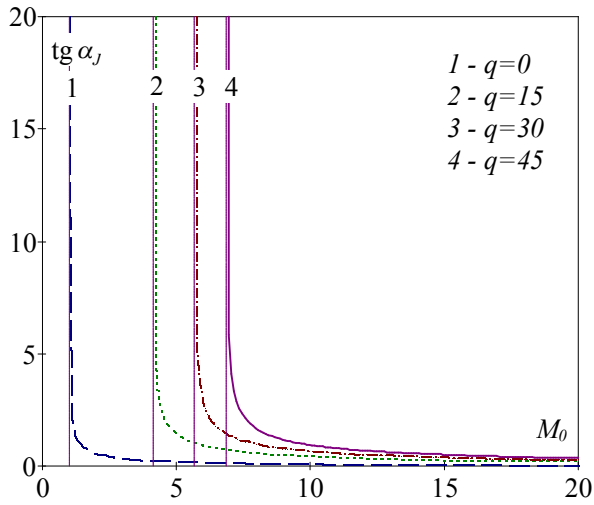


Рис. 3. Тангенс угла наклона касательной к волне детонации в режиме Чепмена–Жуге как функция параметра  $M_0$  при разных значениях тепловыделения  $q$  для  $\gamma = 1,4$ .

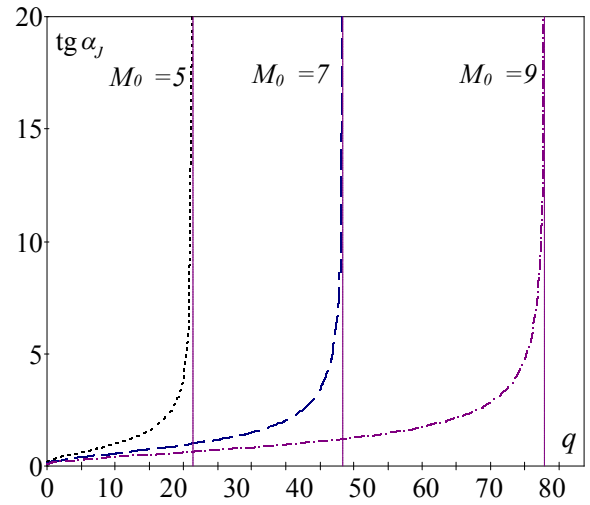


Рис. 4. Тангенс угла наклона касательной к волне детонации в режиме Чепмена–Жуге как функция параметра  $q$  при разных значениях числа Маха  $M_0$  для  $\gamma = 1,4$ .

Исследована величина завихренности потока  $-2\omega_\varphi / (\kappa u_0)$  за ударной и детонационной волной с постоянными значениями параметров набегающего потока:

$$-\frac{2\omega_\varphi}{\kappa u_0} = \cos \alpha \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right)^2 \bigg/ \frac{\rho}{\rho_0}. \quad (7)$$

Величина завихренности исследована как функция угла наклона касательной к волне детонации  $\alpha$  на промежутке  $[\alpha_J, \pi/2]$  при различных значениях числа Маха  $M_0$  (рис. 5) и тепловыделения  $q$  (рис. 6).

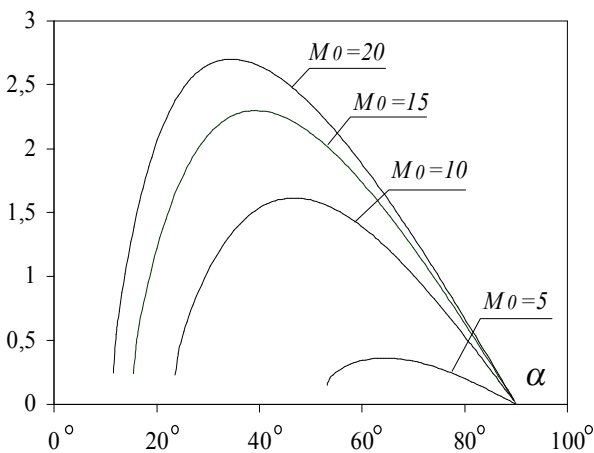


Рис. 5. График величины завихренности (7) при  $q = 14$ ,  $\gamma = 1,4$  для различных значений числа Маха  $M_0$ .

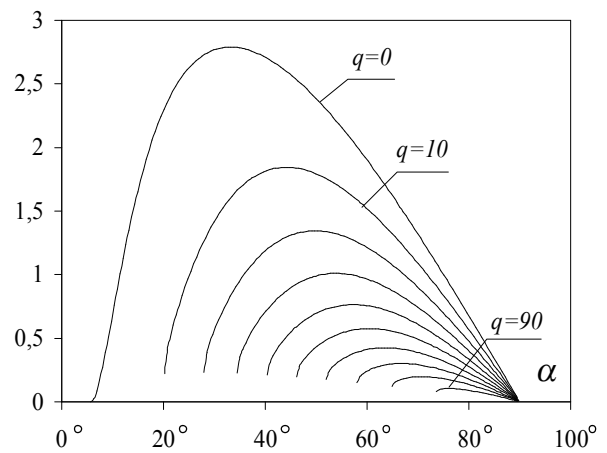


Рис. 6. График величины завихренности (7) при  $M_0 = 10$ ,  $\gamma = 1,4$  для различных значений тепловыделения  $q$ .

Получено, что завихренность принимает наибольшее значение для ударных волн. Тепловыделение в волне снижает величину завихренности (рис. 6). Увеличение же числа Маха набегающего на волну потока, наоборот, увеличивает завихренность за детонационной волной (рис. 5).

Третья глава посвящена исследованию распространения волн детонации в закрученных потоках газа. В первом параграфе данной главы рассматриваются одномерные нестационарные завихренные течения. В данном случае получено, что если завихренность потока равна нулю перед поверхностью разрыва, то такое движение не вызывает возникновения завихренности за поверхностью разрыва. Также для описанного класса течений, в случае, если начальная завихренность отлична от нуля, на поверхности разрыва выполняется закон сохранения величины  $\omega/\rho$ , хотя сами величины  $\omega$  и  $\rho$  терпят разрыв.

Во втором параграфе данной главы рассматривается распространение осесимметричных детонационных волн во вращающихся неоднородных потоках газов, а так же плоских волн в плоском сдвиговом течении. Волна распространяется вдоль координаты  $r$ . Решение ищется в виде разложение в ряд:

$$f(r, t) = f_0(t) + f_1(t)\sqrt{|r - r_0(t)|} + f_2(t)(|r - r_0(t)|) + f_3(t)(|r - r_0(t)|)^{3/2} + \dots$$

Решение в таком виде существует только при  $r > r_0(t)$  либо при  $r < r_0(t)$ .

Определено необходимое условие существования решения, соответствующее распространению волны в режиме Чепмена–Жуге. Критерий найден как для сходящихся, так и расходящихся волн детонации в закрученном потоке газа:

$$\mp \dot{v}_J \pm \frac{\lambda w_J^2}{r_J} + a_J \left( \frac{\lambda v_J}{r_J} + \frac{\dot{p}_J}{\rho p_J} \right) \geq 0, \quad (8)$$

где  $v_J, w_J, p_J, \rho_J, a_J = \pm(v_J - D_J)$ ,  $D_J = \dot{r}_J$  – параметры течения за детонационной волной, распространяющейся в режиме Чепмена–Жуге, траектория которой задается соотношением  $r_0 = r_0(t) = r_J(t)$ , точка означает производную по времени; значения  $\lambda = 0, 1$  соответствуют плоским и цилиндрическим волнам. Нижний знак в неравенстве соответствует расходящимся волнам, а верхний – сходящимся.

В асимптотическом случае при  $p_0/p_J \ll 1$ ,  $Q = \text{const}$  условие (8) можно записать в виде:

$$\frac{1}{(\gamma + 1)} \frac{\partial \ln \rho_0}{\partial \ln r_j} + \frac{\gamma}{(\gamma + 1)^2} - \frac{\lambda(w_0)^2}{D_j^2} \leq 0.$$

В третьем параграфе главы рассматриваются плоскопараллельные и осесимметричные завихренные незакрученные неустановившиеся движения газа. Определена завихренность за движущейся детонационной искривленной волной, образующейся в неоднородном потоке горючего газа. В данном случае отлична от нуля только перпендикулярная к плоскости течения компонента вектора вихря:

$$\omega_3 = \frac{\rho}{\rho_0} \omega_{03} - \frac{1}{2\sqrt{g_{11}}} \left\{ \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right) \frac{p_{0,s}}{(v_{0n} - D)\rho_0} + \left( 1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right) \frac{(v_{0n} - D)\rho_{0,s}}{\rho_0} - (v_{0n,s} - D_{,s}) \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 \middle/ \frac{\rho}{\rho_0} \right\}.$$

Для нахождения вектора вихря на поверхности разрыва вводится криволинейная ортогональная система координат. Здесь  $g_{11}$  – компонента метрического тензора поверхности  $\Sigma$ ,  $s$  – параметр кривой, определяющей форму волны в плоскости течения.

При  $D = 0$  данная формула для вихря будет совпадать с формулой для завихренности за криволинейной стационарной ударной или детонационной волной (3).

В четвертом параграфе данной главы изучается поведение вектора вихря скорости в осесимметричном закрученном потоке на движущейся поверхности разрыва, распространяющейся в неоднородном потоке горючего газа. Показано, что в этом случае нормальная компонента вектора вихря остается непрерывной функцией при переходе через поверхность разрыва. Для осесимметричных течений выполняется закон сохранения величины  $\omega_\tau / \rho$  при любых распределениях параметров газа в набегающем потоке, независимо от того, является ли волна ударной или детонационной, как и в случае установившихся течений:

$$\omega_n = \frac{1}{2} \left( \frac{w_{0,s}}{\sqrt{g_{11}}} + \frac{v_x w_0}{r} \right) = \omega_{0n}, \quad \omega_\tau = \frac{1}{2} \frac{v_{0\tau}}{v_{0n}} \frac{\rho}{\rho_0} \left( \frac{w_{0,s}}{\sqrt{g_{11}}} + \frac{v_x w_0}{r} \right) = \omega_{0\tau} \frac{\rho}{\rho_0},$$

$$\omega_\varphi = \frac{\rho}{\rho_0} \omega_{0\varphi} - \frac{1}{2\sqrt{g_{11}}} \left\{ \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right) \frac{p_{0,s}}{(v_{0n} - D)\rho_0} + \right. \\ \left. + \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) \frac{(v_{0n} - D)\rho_{0,s}}{\rho_0} - (v_{0n,s} - D_{,s}) \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right)^2 \middle/ \frac{\rho}{\rho_0} \right\}.$$

Четвертая глава посвящена исследованию параметров течения – давления, плотности, скорости и завихренности непосредственно за двумерной криволинейной стационарной волной детонации при постоянных значениях параметров набегающего потока. В первом параграфе данной главы рассматривается распределение плотности, давления и скорости потока относительно угла наклона касательной к волне детонации. Течение исследуется в пределах  $\alpha_j \leq \alpha \leq \pi/2$ . Параметры течения исследуются при различных значениях числа Маха набегающего потока и при различных значениях тепловыделения. Производится сравнение параметров течения для ударных и детонационных волн. Получено, что увеличение числа Маха для волн детонации приводит к увеличению плотности и давления потока за детонационной волной и к уменьшению отношения нормальных компонент скорости. С ростом же тепловыделения в волне детонации при фиксированном значении числа Маха происходит обратная картина – тепловыделение уменьшает плотность, давление и увеличивает отношение скоростей. То есть для ударных волн плотность и давление будет больше, чем для волн детонации, а скорость меньше.

Найдены пределы, в которых могут изменяться параметры течения: минимальное и максимальное значение плотности, скорости и давления, которое они могут принимать при заданных параметрах:

$$(\rho)_{\min} \leq \rho \leq (\rho)_{\max}, \quad \text{где} \\ (\rho)_{\min} = \frac{2(1+\gamma)^2 + \gamma(1+\gamma)(q + \sqrt{q(4+q)})}{2(\gamma+1)^2 + (\gamma^2+1)q + (\gamma^2-1)\sqrt{q(4+q)}} \rho_0, \\ (\rho)_{\max} = \frac{1 + \gamma M_0^2 + \sqrt{(M_0^2 - 1)^2 - q M_0^2}}{(\gamma - 1)M_0^2 + q/(\gamma + 1) + 2} \rho_0;$$

$$(v_n)_{\min} \leq v_n \leq (v_n)_{\max}, \quad \text{где}$$

$$(v_n)_{\min} = \frac{(\gamma - 1)M_0^2 + q/(\gamma + 1) + 2}{1 + \gamma M_0^2 + \sqrt{(M_0^2 - 1)^2 - qM_0^2}} v_{0n},$$

$$(v_n)_{\max} = \frac{2(\gamma + 1)^2 + (\gamma^2 + 1)q + (\gamma^2 - 1)\sqrt{q(4 + q)}}{2(1 + \gamma)^2 + \gamma(1 + \gamma)(q + \sqrt{q(4 + q)})} v_{0n};$$

$$(p)_{\min} \leq p \leq (p)_{\max}, \quad \text{где}$$

$$(p)_{\min} = \left( 1 + \frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \left( \frac{2 + q + \sqrt{q(4 + q)}}{2} \right) \left( \frac{(\gamma - 1)q + (\gamma + 1)\sqrt{q(4 + q)}}{2(1 + \gamma) + \gamma(q + \sqrt{q(4 + q)})} \right) \right) p_0,$$

$$(p)_{\max} = \frac{1 + \gamma M_0^2 (M_0^2 - q/(\gamma + 1)) + (1 + \gamma M_0^2) \sqrt{(M_0^2 - 1)^2 - qM_0^2}}{1 + \gamma M_0^2 + \sqrt{(M_0^2 - 1)^2 - qM_0^2}} p_0.$$

Так как минимальное и максимальное значения параметров течения зависят только от показателя адиабаты  $\gamma$ , числа Маха  $M_0$ , тепловыделения  $q$  и начальных значений параметров газа перед волной, то изменение параметров течения газа может происходить только в этих пределах при любой форме волны детонации.

Далее в данном параграфе исследуются параметры течения в режиме Чепмена–Жуге. Так как в этом случае параметры зависят только от  $q$  и  $\gamma$ , то исследование проведено в зависимости от значения тепловыделения  $q$  при фиксированном значении показателя адиабаты  $\gamma$ .

Получено, что в режиме Чепмена–Жуге плотность не возрастает неограниченно при  $q \rightarrow q_*$ , а имеет предел:  $\lim_{q \rightarrow q_*} \frac{\rho}{\rho_0} \Big|_J = \frac{(1 + \gamma)M_0^2}{1 + \gamma M_0^2}$ . Так же скорость не падает неограниченно при  $q \rightarrow q_*$ , а уменьшается до определенного значения:  $\lim_{q \rightarrow q_*} \frac{v_n}{v_{0n}} \Big|_J = \frac{1 + \gamma M_0^2}{(1 + \gamma)M_0^2}$ . Давление стремится к величине  $\lim_{q \rightarrow q_*} \frac{p}{p_0} \Big|_J = \frac{1 + \gamma M_0^2}{1 + \gamma}$ .

Если же критическое значение тепловыделения  $q_*$ , зависящее от  $M_0$ , неограниченно возрастает, то плотность имеет предел сверху  $\lim_{M_0 \rightarrow \infty} \frac{\rho}{\rho_0} \Big|_J = \frac{1 + \gamma}{\gamma}$ , скорость имеет предел снизу  $\lim_{M_0 \rightarrow \infty} \frac{v_n}{v_{0n}} \Big|_J = \frac{\gamma}{1 + \gamma}$ , а давление же в режиме Чепмена–Жуге неограниченно возрастает с ростом тепловыделения.

Во втором параграфе данной главы изучается поведение давления, скорости,

плотности и завихренности на поверхности разрыва, расположенной в сверхзвуковом, однородном потоке горючего газа.

Для течений с цилиндрической или сферической волной детонации переход к режиму Чепмена–Жуге, в отличие от течений с плоскими волнами, происходит на конечном расстоянии. В связи с данным фактом рассматривается осесимметричное течение с постоянными значениями параметров набегающего потока. Завихренность набегающего потока в данном случае будет равна нулю ( $\omega_{0\varphi} = 0$ ), а из трех компонент вектора вихря (4) отлична от нуля только

$$\omega_{\varphi} = -\frac{1}{2} \kappa u_0 \cos \alpha \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 \bigg/ \frac{\rho}{\rho_0}.$$

В качестве примера задается форма волны, которая качественно соответствует условиям перехода в волну Чепмена–Жуге:

$$R(x) = \begin{cases} \pm \frac{\operatorname{tg}^3 \alpha_J}{2} \sqrt{\frac{6 \operatorname{tg}^{\frac{2}{3}} \alpha_J x - 1}{3 - 2 \operatorname{tg}^{\frac{2}{3}} \alpha_J x}}, & \text{при } x_0 \leq x \leq x_J \\ \pm \operatorname{tg} \alpha_J x, & \text{при } x \geq x_J \end{cases} \quad (9)$$

Здесь  $x_0$  – точка, где функция равна нулю,  $x_J$  – точка перехода в режим Чепмена–Жуге.  $R, x$  – обезразмеренные по характерному линейному размеру величины.

График волны детонации  $R(x)$  приведен на рис. 7. Точками на графике показаны

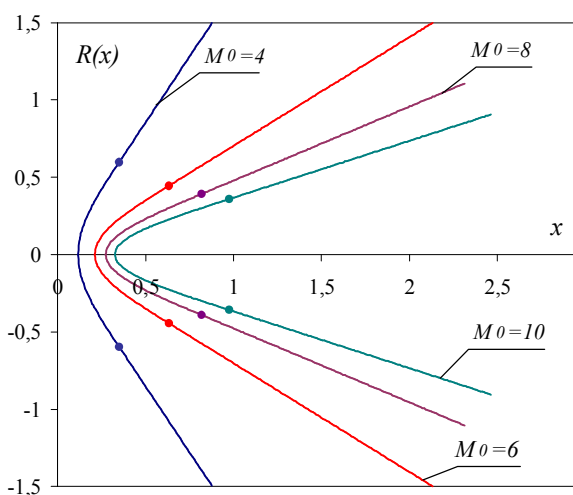


Рис. 7. График волны детонации  $R(x)$  при  $q = 10$ ,  $\gamma = 1,4$  для различных значений числа Маха.

уменьшается с увеличением числа Маха (рис. 10).

ны точки перехода волны в режим Чепмена–Жуге. За этими точками волна представляет собой прямую линию. Из рисунка видно, что чем больше число Маха, тем меньше угол наклона касательной к волне и тем волна ближе к поверхности тела.

Оказалось, что плотность, давление, а также кривизна волны и завихренность увеличиваются с ростом числа Маха (рис. 8, 9, 11). Относительная скорость же

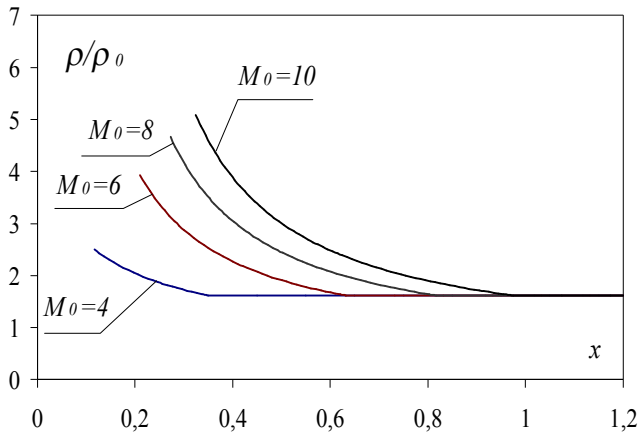


Рис. 8. График отношения плотностей  $\rho/\rho_0$  при  $q = 10$ ,  $\gamma = 1,4$  для различных значений числа Маха.

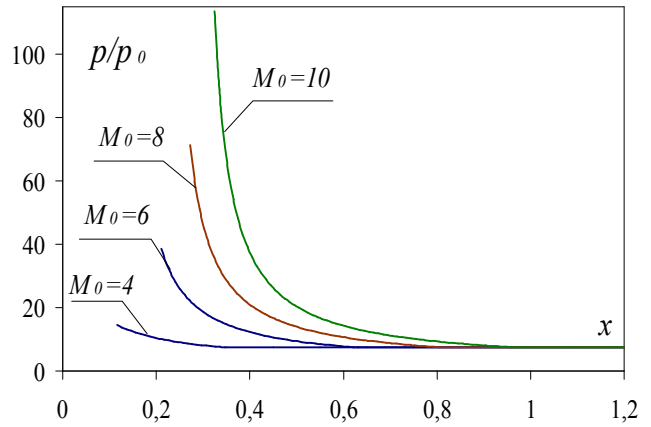


Рис. 9. График относительного давления  $p/p_0$  при  $q = 10$ ,  $\gamma = 1,4$  для различных значений числа Маха.

Максимальные значения давления, плотности, кривизны волны и завихренности растут с увеличением числа Маха. Для скорости же максимальное значение будет одно и то же, независимо от числа Маха набегающего потока. Минимальные значения для этих параметров (за исключением скорости) будут постоянными, для данного рассматриваемого значения тепловыделения, не зависящими от числа Маха набегающего потока, для скорости же минимальное значение уменьшается с ростом Маха (рис. 8 – 11).

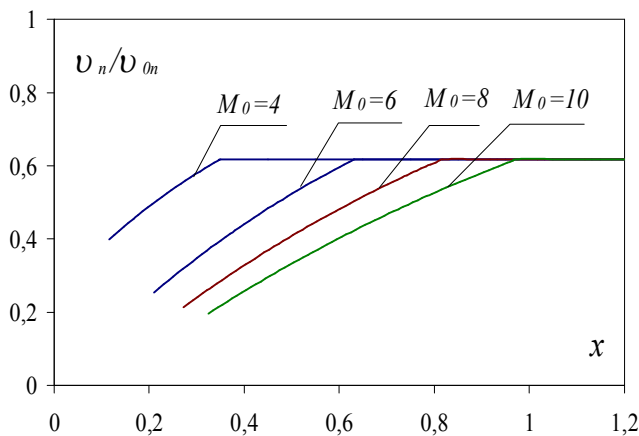


Рис. 10. График отношения скоростей  $v_n/v_{0n}$  при  $q = 10$ ,  $\gamma = 1,4$  для различных значений числа Маха.

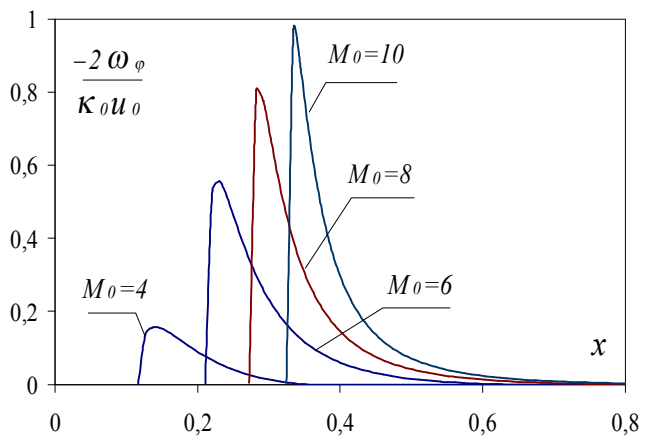


Рис. 11. График величины завихренности  $-2\omega_\varphi/(\kappa_0 u_0)$  при  $q = 10$ ,  $\gamma = 1,4$  для различных значений числа Маха.

С ростом тепловыделения, при постоянном заданном значении числа Маха, максимальные значения для всех рассматриваемых параметров уменьшаются (рис. 12 – 15). Минимальные же значение, в отличие от максимума, увеличиваются с ростом тепловыделения в волне. Для кривизны и завихренности минимальное



значение равно нулю независимо от заданных значений числа Маха и тепловыделения (рис. 11, 15). На рис. 11, 15  $\kappa_0$  – кривизна волны (9) в точке  $x_0$ .

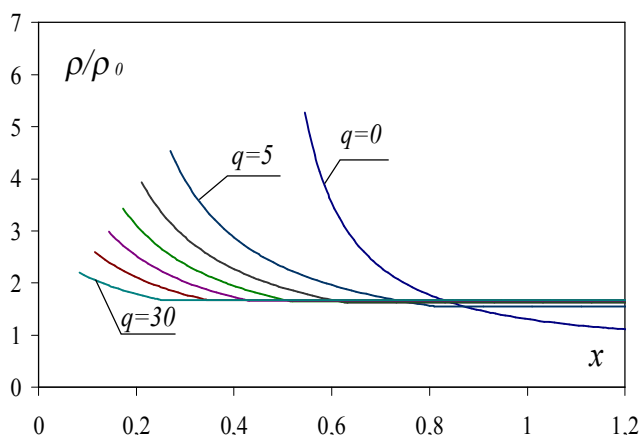


Рис. 12. График отношения плотностей  $\rho/\rho_0$  при  $M_0 = 6$ ,  $\gamma = 1,4$  для различных значений тепловыделения  $q$ .

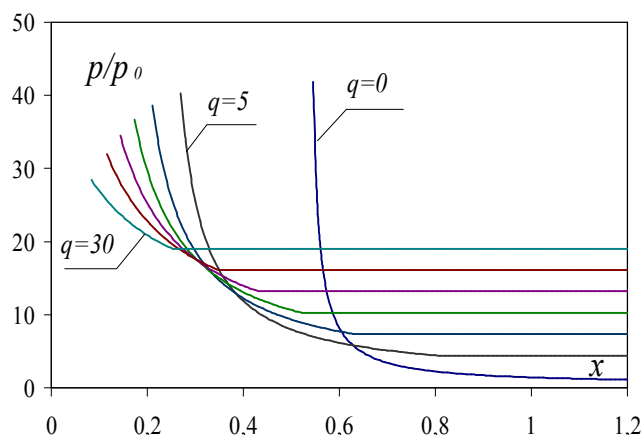


Рис. 13. График относительного давления  $p/p_0$  при  $M_0 = 6$ ,  $\gamma = 1,4$  для различных значений тепловыделения  $q$ .

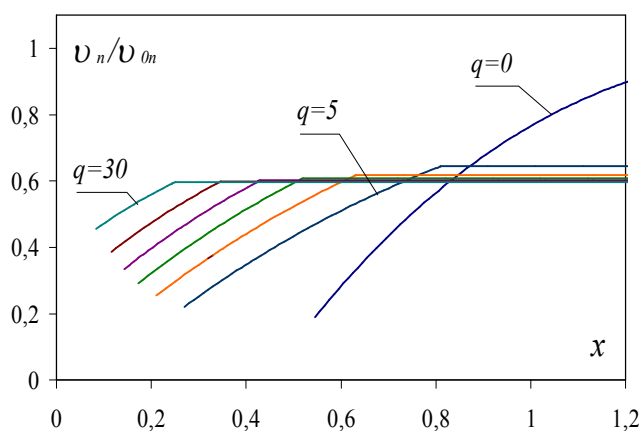


Рис. 14. График отношения скоростей  $v_n/v_{0n}$  при  $M_0 = 6$ ,  $\gamma = 1,4$  для различных значений тепловыделения  $q$ .

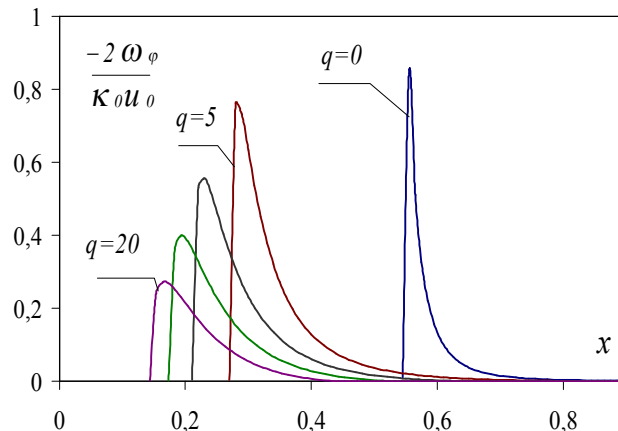


Рис. 15. График величины завихренности  $-2\omega_\varphi/(\kappa_0 u_0)$  при  $M_0 = 6$ ,  $\gamma = 1,4$  для различных значений тепловыделения  $q$ .

Таким образом, получено, что завихренность достигает максимального значения для ударных волн, а для детонационных волн уменьшается с увеличением тепловыделения в волне (рис. 15). С ростом числа Маха завихренность за волной детонации растет (рис. 11).

В данном параграфе приведен пример изменения давления, скорости, плотности и завихренности для течения, в котором плоская детонационная волна асимптотически стремится к режиму Чепмена–Жуге. Для данного типа течения до наступления режима Чепмена–Жуге картина течения аналогична случаю течения с цилиндрической симметрией (рис. 8 – 15). Отличие этих двух случаев заключается в

том, что в случае течения с цилиндрической симметрией параметры течения принимают постоянное значение в режиме Чепмена–Жуге, независящее от числа Маха набегающего потока (рис. 8 – 11), а в случае течения, асимптотически стремящегося к режиму Чепмена–Жуге, параметры течения так же асимптотически стремятся к постоянному значению.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. Решена задача по определению вектора вихря скорости за стационарными и нестационарными детонационными и ударными волнами, которые возникают в неоднородных сверхзвуковых потоках горючего газа. Проведен анализ задачи о распространении волн детонации в закрученных потоках газа.

2. Получено, что для любого типа течения нормальная компонента завихренности при переходе через поверхность разрыва остается непрерывной функцией.

3. Установлено, что при переходе через поверхность разрывов выполняется закон сохранения величины, равной отношению касательной компоненты вектора вихря, лежащей в плоскости течения, к плотности при любых распределениях параметров газа в набегающем потоке, независимо от того, является разрыв ударной или детонационной волной. Данный закон сохранения выполняется для неустановившихся одномерных течений с плоскими и цилиндрическими волнами, а также для установившихся и неустановившихся осесимметричных закрученных течений.

4. Для плоских и цилиндрических детонационных волн, распространяющихся во вращающихся потоках газов в режиме Чепмена–Жуге, найдено необходимое условие существования решения соответствующее распространению волны в режиме Чепмена–Жуге. Критерий получен как для сходящихся, так и расходящихся волн детонации, распространяющихся в закрученных потоках газов.

5. Проведен анализ завихренности за ударными и детонационными волнами для течений с постоянными параметрами. Обнаружено, что завихренность для детонационных волн меньше, чем для ударных волн, то есть тепловыделение в волне снижает завихренность потока за детонационной волной. Увеличение же скорости набегающего потока на волну детонации (числа Маха), наоборот, значительно увеличивает завихренность. Изучено поведение давления, скорости, плотности и завихренности на поверхности детонационной волны за-

данной формы, расположенной в сверхзвуковом, однородном потоке горючего газа. Произведено сравнение параметров течения для ударных и детонационных волн.

#### ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Левин В.А., Скопина Г.А. Распространение волн детонации в закрученных потоках газа // Прикладная механика и техническая физика. 2004. Т. 45, № 4. С. 3-6.
2. Левин В.А., Скопина Г.А. Поведение вектора вихря скорости в сверхзвуковых потоках за поверхностями разрывов // Теплофизика и аэромеханика. 2007. Т. 13, № 3. С. 381-389.
3. Левин В. А., Скопина Г. А. Поведение вектора вихря скорости в сверхзвуковых осесимметричных закрученных потоках за детонационной волной // Прикладная механика и техническая физика. 2007. Т. 48, № 6. С. 1-7.
4. Левин В.А., Скопина Г.А. Взаимодействие вихрей с ударными и детонационными волнами // «Аналитические методы и оптимизация процессов в механике жидкости и газа» (САМГОП-2002): тезисы докладов 19-ой Всероссийской школы-семинара. г. Снежинск, 5-12 июля, 2002 г. Снежинск, 2002. С. 38-39.
5. Levin V.A., Skopina G.A. Propagation of detonation wave in rotated gas flows // Proceedings of the 19th International Colloquium on the Dynamics of Explosions and Reactive Systems (ICDERS). Hakone, Japan, July 27 – August 1, 2003. Hakone, 2003. P. 86.
6. Скопина Г.А. Поведение завихренности потока в неоднородных сверхзвуковых течениях за ударными и детонационными волнами // IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике: аннотации докладов, г. Нижний Новгород, 22-28 августа 2006 г. Нижний Новгород: Изд-во НГУ им. Н.И. Лобачевского, 2006. Т. 2. С. 159.

Личный вклад автора. Работа [6] выполнена автором лично. В работах [1 – 5] в рамках сформулированной научным руководителем проблемы автор получила необходимые для теоретического анализа соотношения и выполняла все необходимые вычисления, провела численные исследования, сформулировала выводы по работе.

СКОПИНА Галина Артуровна

АНАЛИЗ ЗАВИХРЕННОСТИ ПОТОКА  
ЗА УДАРНЫМИ И ДЕТОНАЦИОННЫМИ ВОЛНАМИ

Автореферат

Подписано к печати 02.02.2009 г.

Усл.п.л. 1.

Уч.изд.л. 0.8

Формат 60x84/20.

Тираж 100 экз.

Заказ № 6.

---

Издано ИАПУ ДВО РАН. Владивосток, ул. Радио, 5.

Отпечатано участком оперативной печати ИАПУ ДВО РАН.

Владивосток, ул. Радио, 5.