

На правах рукописи

**Коломиец Андрей Геннадьевич**

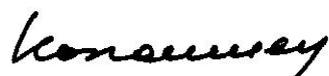
**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ФИКСАЦИИ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ  
СИСТЕМЫ КООРДИНАТ ПО ДАННЫМ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ  
ИЗМЕРЕНИЙ**

05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

**Автореферат**

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук



Владивосток

2010

Работа выполнена в секторе геодезии и геодинамики Института прикладной математики ДВО РАН.

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор  
Герасименко Михаил Данилович

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор  
Девятисильный Александр Сергеевич

кандидат технических наук, доцент  
Каморный Валерий Михайлович

Ведущая организация: Сибирская государственная  
геодезическая академия,  
г. Новосибирск

Защита состоится «10» декабря 2010 г. в 12 часов на заседании диссертационного совета Д 005.007.01 при Институте автоматизации и процессов управления ДВО РАН по адресу: 690041, г. Владивосток, ул. Радио, 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института автоматизации и процессов управления ДВО РАН.

Автореферат разослан « 1 » ноября 2010 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 005.007.01, к.т.н.



А.В. Лебедев

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Для всех видов исследований, связанных с физикой Земли, геодинамикой, предсказанием землетрясений, построением геодезических сетей для слежения за крупными инженерными сооружениями и др., исключительное значение имеет выбор системы координат, в которой проводятся исследования и даются количественные и качественные оценки процессов и явлений. На сегодняшний день используется, по рекомендации международной службы вращения Земли, международная земная отсчетная основа ITRF, представляющая собой прямоугольную геоцентрическую систему координат. В этой системе для опорных пунктов определены значения координат, скоростей и их ковариационная матрица. Определение координат и скоростей пунктов, на которых выполнены геодезические измерения для конкретных исследований, в ITRF осуществляется уравниванием полученных данных совместно с опорными пунктами системы.

Система ITRF построена и развивается с использованием измерений, выполненных несколькими космическими геодезическими техниками: VLBI (Very Long Baseline Interferometry), SLR (Satellite Laser Ranging), DORIS (Doppler Orbitography and Radio positioning Integrated by Satellite), GPS (Global Positioning System). Координаты и скорости пунктов, на которых выполнены измерения перечисленными техниками, определяются в некоторых условных системах координат (TRS), в которых положение начала, ориентировка и масштаб, как правило не совпадают. В результате координаты и скорости пунктов спутниковых систем SLR, DORIS и GPS отнесены к центру масс Земли, для каждой системы он свой. Координаты и скорости пунктов VLBI отнесены к геометрическим параметрам Земли, начало координат фиксируется произвольно. Задача создания общеземной системы координат состоит в разработке метода объединения полученных в условном начале координат и скоростей VLBI, SLR, DORIS и GPS пунктов для определения ее параметров. В полученной системе начало, масштаб и ориентация связаны между собой ковариационной матрицей координат и скоростей опорных пунктов, используя которые можно исследовать геодинамические процессы. Метод, которым решаются перечисленные задачи при определении ITRF, не является общепризнанным. Предлагаются альтернативные методы построения систем координат (отсчетных основ) как для региональных исследований, так и в глобальном масштабе (Г.М. Стеблов, М. G. Kogan, K. Heik, и др).

Наибольшее влияние на получаемые оценки скоростей, при использовании ITRF в конкретных исследованиях, оказывает способ определения ориентации поля скоростей этой системы. Определение ориентировки поля скоростей системы ITRF проводится по геолого-геофизической модели NNR-NUVEL-1A. Для этой модели на основе геологических и геофизических методов определены скорости движения литосферных плит на их границах. Поле скоростей в общеземном масштабе получают при условии равенства нулю суммарного вращения литосферных плит – условие no-net-rotation. В результате модель NNR-NUVEL-1A определяет поле скоростей литосферных плит в общеземном масштабе – кинематическую систему

координат, КСК. После фиксации Земная кора и система координат не имеют вращения относительно друг друга. Фиксация ITRF по модели NNR-NUVEL-1A проводится по соглашению, сама модель не является эталоном и к тому же не единственна, существуют, например, модели NNR-NUVEL-1B, APKIM2000, GSRM-NNR-2. Не единственность представлений о динамике литосферных плит приводит к тому, что полученная система координат искажена параметрами выбранной для фиксации модели.

В результате в ITRF невозможно проводить исследования, свободные от влияния геологической информации, проводить сравнение геологических и геодезических данных при проведении геодинамических исследований. Таким образом существует необходимость разработки метода фиксации КСК только по геодезическим данным, без привлечения дополнительной информации о параметрах и эволюции Земли.

**Цель и основные задачи работы.** Целью диссертационной работы является создание метода и построение алгоритмов фиксации КСК только по данным космических геодезических сетей. Для достижения поставленной цели в работе решаются следующие задачи:

1. Разработка метода фиксации КСК по данным одной сети, содержащей недостаток данных о физических параметрах Земли.
2. Апробация разработанного метода фиксации КСК по данным спутниковых сетей, содержащих в измерениях информацию о положении центра масс Земли.
3. Разработка метода объединения сетей, совместные измерения которых дают полную информацию о физических параметрах Земли.
4. Апробация разработанного метода фиксации КСК объединением сетей, содержащих в измерениях информацию о центре масс и геометрических параметрах Земли.
5. Сравнение полученных результатов с данными, рекомендованными в качестве международных стандартов.

**Методы исследования** основаны на применении параметрического и корреляционного способов уравнивания геодезических сетей, вычислительных методов линейной алгебры, методов статистики.

**Научная новизна работы.** Впервые предложен метод фиксации КСК только по данным космических геодезических сетей.

**На защиту выносятся** следующие положения:

1. Метод фиксации общеземной КСК, который основан на обработке только результатов геодезических измерений или ранее вычисленных величин координат и скоростей пунктов, без привлечения каких-либо гипотез и моделей эволюции Земли.
2. Алгоритмы фиксации КСК по данным отдельных космических геодезических сетей.
3. Алгоритм объединения и фиксации КСК по данным измерений различных космических геодезических сетей.

**Теоретическая значимость работы.** Теоретическая значимость полученных результатов заключается в разработке метода фиксации КСК без привлечения дополнительных геолого-геофизических данных, поэтому он свободен от влияния ошибок информации о движении литосферных плит и параметрах Земли.

**Практическая значимость и реализация результатов.** Разработанный метод позволяет более надежно фиксировать систему координат в теле Земли только по геодезическим данным, что очень важно при использовании спутниковых навигационных систем GNSS при изучении различных геофизических процессов и при построении сетей слежения за инженерными сооружениями. Разработанные алгоритмы прошли опытную эксплуатацию в Академических институтах ДВО РАН при определении движений и деформаций литосферных плит на Дальнем Востоке и на производстве при строительстве и для контроля поведения крупных инженерных сооружений. По результатам опытной эксплуатации выдано два акта о внедрении.

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается корректностью использования методов математической обработки измерений, обоснованием принятых допущений, статистическим тестированием результатов полученного решения и сравнения с данными, принятыми в качестве международного стандарта.

**Апробация работы.** Основные теоретические и практические результаты проделанной работы докладывались на конференциях, симпозиумах и школах-семинарах: International Scientific Symposium “Problems of seismic safety of the Far East Siberia”, Yuzno-Sakhalinsk, 2007 г.; XXXIV Дальневосточной математической школе-семинаре имени академика Е.В. Золотова “Фундаментальные проблемы математики и информационных наук”, Хабаровск, 2009 г.; Симпозиуме “Проблемы сейсмичности и современной геодинамики Дальнего Востока и Восточной Сибири”, Хабаровск, 2010 г.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 8 печатных работ, в том числе 3 – в рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК.

**Структура и объем работы.** Работа объемом 130 страниц основного текста состоит из введения, шести глав, заключения, списка использованной литературы из 75 наименований. Работа включает 21 таблицу и 16 рисунков.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** дается краткая характеристика современного состояния рассматриваемой в диссертационной работе проблемы. Дается обоснование ее актуальности, формулируется цель работы, рассматривается научная и практическая ценность полученных результатов и их новизна. Приводятся сведения об апробации и структуре работы.

**В первой главе** приводится обзор систем координат, используемых в современных исследованиях. Уделяется внимание использованию международных терминов в отечественной литературе.

**Во второй главе** дается краткая характеристика и основные физические принципы работы космических геодезических систем. Раскрываются основы получения и недостатки рекомендованной в качестве стандарта системы ITRF.

При определении КСК в модели NNR-NUVEL-1A не учитываются несколько моментов, способных оказать существенное влияние на результат. Во-первых, насколько точно выявлены стабильные, недеформируемые фрагменты земной поверхности, например, споры о выделении из Евразийской плиты Амурской и Охотской плит. Во-вторых, недостаточная изученность некоторых регионов, т.е. существование неучтенных деформаций земной коры. В-третьих, образуют ли границы литосферных плит узкие деформационные пояса или деформации распространяются во внутренние области. Перечисленные факторы могут приводить к существенным ошибкам при определении поля скоростей в самой модели и переноса этих ошибок в систему ITRF. В связи с этим существует необходимость разработки метода фиксации КСК только по геодезическим данным.

Поскольку координаты и скорости пунктов, на которых выполнены измерения космическими геодезическими техниками, получены в условных системах координат, то данные каждой системы сами по себе содержат ограничения на качество и количество определяемых параметров. В терминологии метода наименьших квадратов это сказывается на дефекте ранга ковариационной матрицы определяемых параметров (координат и скоростей пунктов). Этот факт позволяет применить для фиксации системы координат параметрический способ обработки измерений с наложением ограничений различного вида. Выбор ограничений позволяет: зафиксировать КСК относительно геометрического центра Земли, в случае VLBI измерений; зафиксировать КСК относительно земной коры, в случае спутниковых систем; объединить VLBI и спутниковые сети, что позволяет зафиксировать КСК относительно центра масс и вращения Земли; определить для каждого случая возможное изменение радиуса Земли, провести его сравнение с известными определениями другими методами, что позволяет протестировать метод на примере решения одной из фундаментальных задач геофизики. Разработке представленного выше метода и построению на его основе алгоритмов фиксации КСК по данным разных сетей посвящены следующие главы диссертации.

**Третья глава** посвящена разработке метода фиксации КСК на основе методов свободного уравнивания геодезических сетей.

Для определения системы координат в классическом подходе необходимо решить систему параметрических уравнений

$$A\delta X + L = V \quad (1)$$

с ограничениями в виде

$$B\delta X = 0, \quad (2)$$

где  $L$  — вектор свободных членов (результаты измерений),  $A$  — матрица коэффициентов уравнений поправок,  $\delta X = (\delta x_1, \delta y_1, \delta z_1, \dots, \delta x_q, \delta y_q, \delta z_q)^T$  — вектор определяемых скоростей  $q$  пунктов,  $V$  — вектор поправок к результатам измерений. Решение системы (1)

$$\delta X = -(A^T P A)^{-1} A^T P L,$$

где обобщенно обратная матрица находится при ограничениях (2).

От выбора системы ограничений (2) зависит выбор системы координат, в которой и будут получены скорости движений пунктов. В уравнениях (2) обычно выбирают матрицу вида

$$B = G^T I_B, \quad (3)$$

где  $I_B$  — диагональная матрица, содержащая на диагонали единицы для квазистабильных и нули для мобильных пунктов,

$$G^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 1 \\ 0 & z_1 & -y_1 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & z_q & -y_q \\ -z_1 & 0 & x_1 & \cdot & \cdot & \cdot & -z_q & 0 & x_q \\ y_1 & -x_1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & y_q & -x_q & 0 \\ x_1 & y_1 & z_1 & \cdot & \cdot & \cdot & x_q & y_q & z_q \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Матрица  $G$  состоит из собственных векторов, соответствующих нулевым собственным значениям матрицы нормальных уравнений  $N = A^T P A$ , дефект ранга которой равен  $d = 3q - \text{rang} N$  и в геодезических сетях, как правило, известен. Первые три строки матрицы  $G$  определяют положение системы координат (начало), следующие три — ориентировку, а последняя — масштаб. В геодезических сетях собственные векторы (их элементы) матрицы  $G$ , соответствующие дефекту  $d$ , известны, поэтому матрица (4) выписывается сразу в явном виде.

В классической постановке для плановой сети начало отсчета подвижек пунктов рекомендуется фиксировать относительно центра тяжести сети. Однако при обработке сетей, охватывающих весь Земной шар, приведение координат к центру тяжести сети приводит к некорректной фиксации КСК.

Основная причина этого состоит в том, что не полностью учитывается геометрия сети, охватывающей весь Земной шар, а именно — направления перемещений пунктов сети относительно физической фигуры Земли. В результате, например, при фиксации КСК центр тяжести сети может оказаться смещенным относительно геометрического центра Земли, а ориентация системы координат может быть смещена на некоторую среднюю величину систематического перемещения пунктов сети относительно поверхности Земли. Причиной этого

являются: во-первых, неравномерное размещение геодезических пунктов на поверхности Земли; во-вторых, не хаотические смещения пунктов, связанные с движением жестких литосферных плит, размеры которых и скорости существенно различаются друг от друга.

Если в качестве матрицы  $B$  берется матрица типа (3), тогда первые три строки ограничений (2) можно переписать в виде:

$$\sum \delta x = \sum \delta y = \sum \delta z = 0, \quad (5)$$

т.е. центр тяжести сети фиксируется относительно предварительных координат квазистабильных пунктов. Это означает, что его положение после уравнивания остается неизменным. Строки 4-6 ограничений (2) дают

$$\sum (z\delta y - y\delta z) = \sum (x\delta z - z\delta x) = \sum (y\delta x - x\delta y) = 0, \quad (6)$$

т.е. остается постоянной ориентировка сети относительно начала заданной системы координат.

Сказанное выше можно пояснить на примере влияния горизонтальных подвижек на положение начала отсчета в сети, охватывающей весь Земной шар. Пусть два пункта сети расположены на противоположных концах диаметра Земли и имеют одинаковые по величине и направлению горизонтальные подвижки. Если эти пункты выбраны в качестве квазистабильных и начало отсчета определено только по ним, то, согласно формулам (5), в результате начало отсчета всей сети искусственно сдвинется на величину, равную величине подвижек пунктов  $V_1 = V_2$ .

Аналогичная ситуация складывается при фиксации ориентировки сети, но здесь на ориентировку будут влиять горизонтальные подвижки литосферных плит, которые на порядок выше вертикальных. Кроме того, ориентировка зависит и от начала отсчета системы координат, что следует из (6). Таким образом, в формулах (5) и (6) заключается важный физический смысл получаемого решения – решение зависит не только от выбора системы квазистабильных пунктов, но и от того, где помещено начало отсчета СК.

С учетом выше сказанного, для глобальных космических сетей, охватывающих весь Земной шар, начало отсчета следует совместить с центром его тяжести, но не центром тяжести квазистабильных пунктов.

Физический смысл формул (5)-(6) необходимо учитывать при построении геодезических сетей для наблюдения за деформационными процессами крупных инженерных сооружений или проведения геодинимических исследований на ограниченных территориях. Для таких сетей начало отсчета подвижек пунктов целесообразно фиксировать относительно центра тяжести устойчивой территории или блока Земной коры и начало координат пунктов необходимо поместить в центр тяжести расположенных на ней квазистабильных пунктов.

Суть предложенного в диссертации метода фиксации КСК по данным одной сети, содержащей в своих измерениях недостаток данных о параметрах Земли, состоит в следующем: представленная выше классическая система ограничений (2)

на поправки к скоростям пунктов преобразуется так, что используются только горизонтальные или вертикальные составляющие квазистабильных пунктов. В случае VLBI используются только вертикальные составляющие скоростей квазистабильных пунктов, что фиксирует КСК относительно геометрического центра Земли. В случае спутниковых систем используются только горизонтальные составляющие квазистабильных пунктов, что фиксирует вращение КСК относительно Земной коры.

Для фиксации вращения (ориентации) системы координат по данным спутниковых систем в диссертационной работе вместо классических ограничений (2) используются ограничения

$$B_{\Gamma} \delta X = 0, \quad (7)$$

где матрица

$$B_{\Gamma} = G^T I_B S \quad (8)$$

преобразует вектор  $\delta X$  так, что используются только его горизонтальные составляющие, которые для каждого пункта  $i$  равны

$$\delta X_{\Gamma,i} = C_{\Gamma,i}^T C_i \delta X_i = S_i \delta X_i, \quad (9)$$

где

$$C_i^T = \begin{pmatrix} -\sin B \cos L & -\sin L & \cos B \cos L \\ -\sin B \sin L & \cos L & \cos B \sin L \\ \cos B & 0 & \sin B \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$C_{\Gamma,i}^T = \begin{pmatrix} -\sin B \cos L & -\sin L & 0 \\ -\sin B \sin L & \cos L & 0 \\ \cos B & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$B$  и  $L$  — широта и долгота пункта  $i$ , а матрица  $G^T$  содержит лишь строки 4-6 из общего базисного выражения (4). Матрица  $S$  — квазидиагональная, состоит из блоков  $S_i = C_{\Gamma,i}^T C_i$ .

Фиксация начала системы координат, что требуется при обработке VLBI измерений, выполняется аналогично, но здесь используются лишь вертикальные составляющие вектора  $\delta X$  и строки 1-3 матрицы  $G^T$ . Для выделения вертикальной составляющей для каждого пункта  $i$  используется матрица

$$C_{H,i}^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cos B \cos L \\ 0 & 0 & \cos B \sin L \\ 0 & 0 & \sin B \end{pmatrix}.$$

Для апробации предложенной методики в диссертационной работе строится алгоритм фиксации КСК по данным спутниковых сетей. Проводится сравнение полученных результатов с данными, рекомендованными в качестве стандарта.

**В четвертой главе** приводится алгоритм и результаты численных экспериментов фиксации системы координат по спутниковым данным.

Данные для фиксации КСК по разработанной методике можно получить в виде предварительного вектора  $\delta X$  с соответствующей ковариационной матрицей  $K_{\delta X}$ . Необходимо отметить, что эти данные рассчитываются в различных аналитических центрах и, как правило, зависят от произвольно принятых исходных дат. Поэтому ранее уравненные в каком-либо произвольном исходном базисе данные приводятся линейной трансформацией к единой выбранной системе исходных дат и уже после этого выполняется анализ результатов. При этом перевычислений методом наименьших квадратов по каждой эпохе, начиная с исходных измерений, не требуется.

Для данного набора данных трансформация вектора скоростей  $\delta X$  с его ковариационной матрицей  $K_{\delta X}$  от итерации  $j$  к итерации  $j + 1$  выполняется по формулам

$$\delta X^{(j+1)} = S^{(j)} \delta X^{(j)}, \quad (12)$$

$$K_{\delta X^{(j+1)}} = S^{(j)} K_{\delta X^{(j)}} (S^{(j)})^T, \quad (13)$$

где матрица трансформаций (для простоты индекс  $j$  опущен), может быть представлена в виде

$$S = I - G(B_G^T W G)^{-1} B_G^T W, \quad (14)$$

где  $I$  — единичная матрица, а  $W$  — весовая матрица при фиксации системы координат. На основе численных экспериментов установлено, что элементы матрицы  $W$  для каждого  $i$ -го пункта следует вычислять, для фиксации вращения, по формуле

$$p_i = 1/L_i^2,$$

где  $L_i$  - величины горизонтальных подвижек пунктов.

На основе формул (12)-(14) построен и апробирован алгоритм фиксации КСК по реальным спутниковым DORIS данным, полученным аналитическим центром LEGOS/CLS по наблюдениям искусственных спутников Topex/Poseidon, Spot-2, Spot-3 и Spot-4. Предварительная обработка DORIS данных выполнена с помощью пакета GINS/DYNAMO, разработанным в GRGS (Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale), и который позволяет определять орбиты спутников, координаты и скорости подвижек пунктов, параметры ориентации Земли в пространстве. В

обработку взято 49 DORIS пунктов – скорости их подвижек  $\delta X$  с ковариационной матрицей  $K_{\delta X}$ , полученными на предварительном этапе обработки.

Выбор квазистабильных пунктов осуществлялся по формальным признакам с учетом горизонтальных скоростей движений пунктов и их точности, которая в среднем по каждой координате равна  $\sim 15$  мм/год. Эта величина и взята в качестве предельной. Величины же горизонтальных подвижек пунктов достигают  $\sim 70$  мм/год, причем большинство из них лежит в пределах  $\sim 40-50$  мм/год, поэтому в качестве предельной подвижки взято значение 45 мм/год, что в среднем менее утроенной средней квадратической ошибки 15 мм/год.

Табл. 1 содержит статистические характеристики разностей скоростей в прямоугольных геоцентрических  $X, Y, Z$  и топоцентрических  $B, L, H$  системах координат между нашим решением DORIS, ITRF2000 и NNR-NUVEL-1A для всех DORIS станций. Статистические характеристики рассчитывались по формулам: среднее квадратическое отклонение

$$\sigma = \sqrt{\sum(p_i v_i^2)/(n - 1)}, \quad (15)$$

взвешенное среднее

$$\bar{y} = \sum p_i v_i / \sum p_i, \quad (16)$$

где  $p_i$  – веса, а  $v_i$  – разности полученных (представленным алгоритмом) и модельных (ITRF2000 и NNR-NUVEL-1A) скоростей пунктов.

Таблица 1. Статистические характеристики разностей скоростей между решением DORIS, ITRF2000 и NNR-NUVEL-1A

	DORIS-NNR-NUVEL-1A						ITRF2000-NNR-NUVEL-1A						DORIS-ITRF2000		
	V <sub>X</sub>	V <sub>Y</sub>	V <sub>Z</sub>	V <sub>B</sub>	V <sub>L</sub>	V <sub>H</sub>	V <sub>X</sub>	V <sub>Y</sub>	V <sub>Z</sub>	V <sub>B</sub>	V <sub>L</sub>	V <sub>H</sub>	V <sub>X</sub>	V <sub>Y</sub>	V <sub>Z</sub>
СКО (мм/год)	8.08	7.66	7.89	8.88	9.24	5.01	5.57	3.40	3.53	6.83	11.47	3.65	5.83	5.38	5.90
Взвешенное среднее (мм/год)	-1.63	-2.08	-0.18	-1.34	-2.04	0.44	0.75	-0.70	1.31	0.47	-1.63	0.43	-2.34	-1.14	-1.49

Данные табл. 1 показывают, что полученное решение DORIS по качеству практически не уступает решению ITRF2000 в отношении геологической модели NNR NUVEL-1A, причем полученное решение ближе к ITRF2000, чем к модели NNR NUVEL-1A. И это несмотря на то, что, как указано выше, решение ITRF2000 привязано к геологической модели. Кроме того, расхождения сравниваемых решений оказались меньше средних квадратических ошибок самих скоростей движений пунктов.

**В пятой главе** представлен алгоритм объединения глобальных космических геодезических сетей. В случае объединения двух глобальных космических

геодезических сетей, содержащих информацию о разных параметрах Земли, и условия их независимости – их объединение методами свободного уравнивания позволяет зафиксировать КСК как относительно центра масс, так и относительно параметров вращения Земли.

Применяемые в мировой практике алгоритмы объединения сетей основаны на параметрическом уравнивании, требуют большого объема вычислений и обращения матриц большой размерности, которые, к тому же, как правило, плохо обусловлены, поэтому при решении приходится прибегать к методам регуляризации. Разработанный алгоритм основан на приведении параметрических уравнений к условным уравнениям поправок коррелятного способа. Размерность нормальных уравнений коррелят равна числу избыточных измерений, в данном случае числу совмещенных DORIS и VLBI пунктов. Метод, основанный на коррелятном уравнивании, прост для реализации и свободен от недостатков параметрического способа.

Его применение рассмотрено на примере объединения сетей DORIS и VLBI, для которых имеются вектора подвижек  $\delta X'_D$  и  $\delta X'_V$  с их ковариационными матрицами  $K'_D, K'_V$ .

Для расположенных рядом DORIS и VLBI пунктов по наземным геодезическим измерениям можно найти относительные скорости подвижек  $d_i^c$  с их средними квадратическими ошибками  $m_i$ . Если таковые отсутствуют или пункты взаимно стабильны, можно положить  $d_i^c$  и  $m_i$  равными нулю. Можно считать, что эти дополнительные измерения не коррелированы с DORIS и VLBI наблюдениями и их ковариационная матрица  $Q = P^{-1}$ , где  $P$  – весовая матрица относительных скоростей  $d_i^c$ .

Обработывая методом наименьших квадратов совместно всю имеющуюся информацию, получим общий вектор  $\delta X$  скоростей DORIS и VLBI пунктов с их общей ковариационной матрицей  $K_{\delta X}$ .

Для совмещенных (близко расположенных) станций имеем условные уравнения

$$\delta x_{V,i}^c - \delta x_{D,i}^c - d_i^c = l_i, \quad (17)$$

где  $\delta x_{V,i}^c$  и  $\delta x_{D,i}^c$  – скорости VLBI и DORIS пунктов, полученные из отдельных решений,  $l_i$  – невязка. В результате можно записать систему условных уравнений

$$B\delta - V + L = 0, \quad (18)$$

где  $L$  – вектор свободных членов (невязок),  $\delta$  – вектор поправок к вектору

$$\delta X' = \begin{pmatrix} \delta X'_V \\ \delta X'_D \end{pmatrix}$$

с ковариационной матрицей

$$K'_{\delta X} = \begin{pmatrix} K'_{\delta X_V} & 0 \\ 0 & K'_{\delta X_D} \end{pmatrix},$$

$V$  — вектор поправок к вектору относительных скоростей совмещенных DORIS и VLBI пунктов, который составлен из элементов  $d_i^c$ . Матрица  $B$  в уравнениях (18) содержит в каждой строке только два ненулевых элемента +1 и -1. Решение уравнений (20) методом наименьших квадратов дает вектор

$$\delta = -K'_{\delta X} B^T N^{-1} L \quad (19)$$

и вектор скоростей

$$\delta X = \delta X' + \delta \quad (20)$$

с ковариационной матрицей

$$K_{\delta X} = K'_{\delta X} - K'_{\delta X} B^T N^{-1} B K'_{\delta X}, \quad (21)$$

где нормальная матрица

$$N = B K'_{\delta X} B^T + P^{-1}. \quad (22)$$

Так как измеренные относительные скорости не коррелированы, вместо одновременного решения системы уравнений (18) использовались рекуррентные формулы коррелятного уравнивания.

В общем случае представленный выше алгоритм объединения сетей должен надежно фиксировать систему координат в теле Земли, т.к. матрица нормальных уравнений имеет полный ранг. Но, поскольку DORIS данные обладают недостаточной точностью в сравнении с VLBI, необходимо накладывать ограничения на вертикальные подвижки пунктов в виде

$$B_H \delta X = 0, \quad (23)$$

и использовать линейную трансформацию для более надежного фиксирования решения относительно центра масс Земли. Трансформация проводится аналогично формулам (12) – (13) с матрицей трансформаций

$$S = I - G(B_H^T W G)^{-1} B_H^T W. \quad (24)$$

Элементы матрицы  $W$  равны

$$p_i = 1/H_i^2,$$

где  $H_i$  — величины вертикальных движений пунктов. Строки матрица  $B_H$  получается аналогично формуле (8), но в данном случае для фиксации начала отсчета используется матрица  $C_{H,i}^T$ .

Сети VLBI и DORIS были объединены приравниванием скоростей близко расположенных пунктов. Это пункты: ORRA – 1545, KOKA – 7298 - 1311, RIDA – 7219, SANA – 1404, SPIA – 7331, HBLA – 7232, YELA – 7296, GOMA – 1515, FAIA – 7225.

На рис. 1 и 2 показаны направления скоростей движения пунктов по модели NNR NUVEL-1A и полученные поля скоростей для DORIS и VLBI станций, 1 см стрелки примерно равен 4см/год. В табл. 2 и табл. 3 представлены статистические характеристики, рассчитанные по формулам (15)-(16), разностей полученного поля скоростей DORIS и VLBI пунктов и скоростей этих пунктов в системах NNR NUVEL-1A и ITRF2000. Данные таблиц показывают, что наше DORIS и VLBI решение существенно ближе к модели ITRF2000.

Таблица 2. Статистические характеристики разностей скоростей между DORIS решением, ITRF2000 и NNR-NUVEL-1A

	DORIS-NNR-NUVEL-1A						ITRF2000-NNR-NUVEL-1A						DORIS-ITRF2000		
	$V_x$	$V_y$	$V_z$	$V_B$	$V_L$	$V_H$	$V_x$	$V_y$	$V_z$	$V_B$	$V_L$	$V_H$	$V_x$	$V_y$	$V_z$
СКО (мм/год)	3.17	3.77	2.08	2.52	4.11	1.92	5.57	3.40	3.53	6.83	11.47	3.65	1.55	1.47	1.57
Взвешенное среднее (мм/год)	-0.81	-0.31	0.77	-0.13	-1.01	1.25	0.75	-0.70	1.31	0.47	-1.63	0.43	-1.15	0.38	0.72

Таблица 3. Статистические характеристики разностей скоростей между VLBI решением, ITRF2000 и NNR-NUVEL-1A

	VLBI-NNR-NUVEL-1A						ITRF2000-NNR-NUVEL-1A						VLBI-ITRF2000		
	$V_x$	$V_y$	$V_z$	$V_B$	$V_L$	$V_H$	$V_x$	$V_y$	$V_z$	$V_B$	$V_L$	$V_H$	$V_x$	$V_y$	$V_z$
СКО (мм/год)	3.36	3.45	2.37	3.51	4.50	1.99	2.69	2.87	2.66	5.12	5.62	4.29	1.38	1.36	1.78
Взвешенное среднее (мм/год)	-0.75	0.91	1.33	1.83	-2.04	0.10	0.28	0.44	-0.07	1.00	-0.83	0.31	-1.06	0.11	1.25

Данные табл. 2 и 3 показывают, что полученное нами поле скоростей для DORIS и VLBI по качеству не уступает решению ITRF2000 в отношении модели NNR-NUVEL-1A. И это несмотря на то, что ITRF2000 получена из объединения всех космических геодезических сетей VLBI, SLR, DORIS и GPS и ориентирована по модели NNR NUVEL-1A. Полученные данные подтверждают идею о возможности получения КСК исключительно по данным космических геодезических сетей.

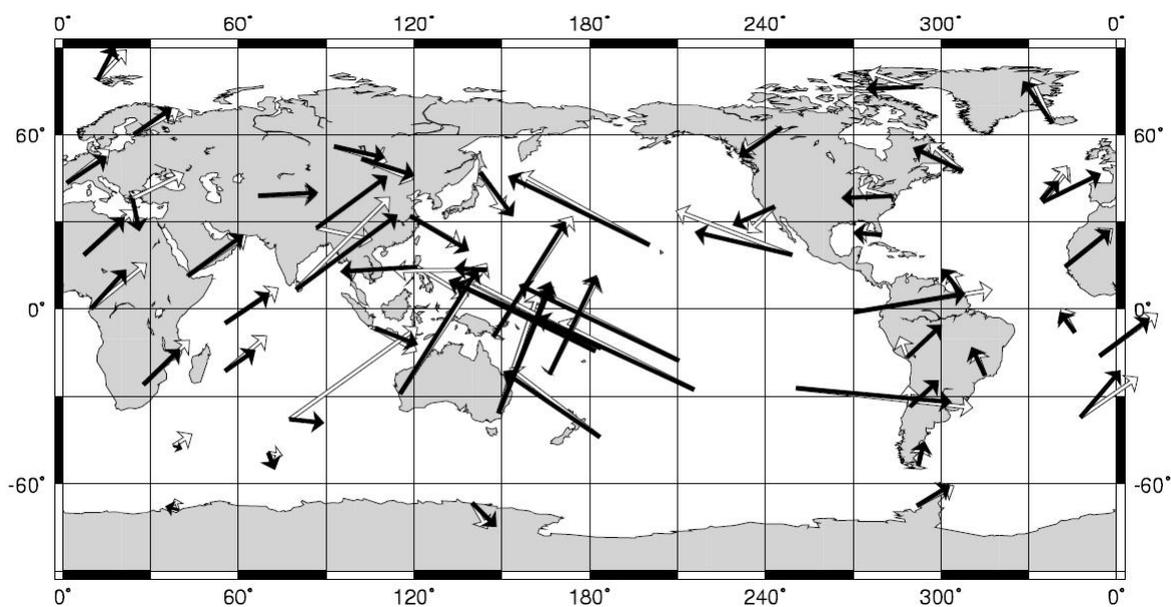


Рис. 1. Поле скоростей полученного решения DORIS (черные стрелки) и NNR-NUVEL-1A (белые стрелки)

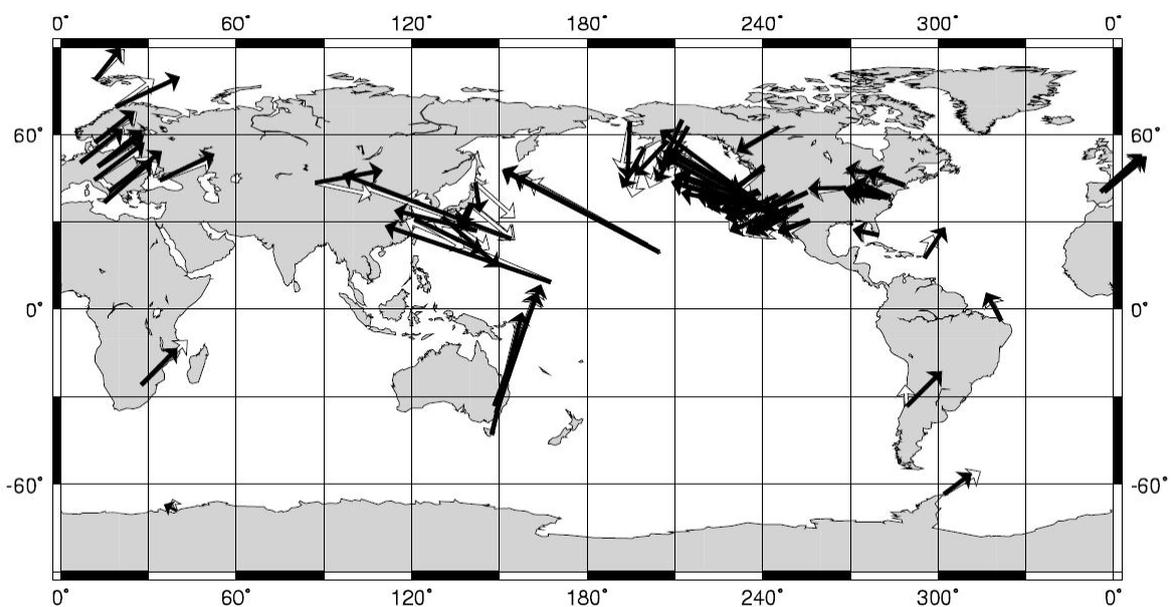


Рис. 2. Поле скоростей полученного решения VLBI (черные стрелки) и NNR-NUVEL-1A (белые стрелки)

**В шестой главе** представлен алгоритм и численные значения определения возможного изменения радиуса Земли. Определение изменения радиуса Земли проводится после проведения фиксации системы координат, т.е. когда получен вектор подвижек всех пунктов сети  $\delta X$ . Из этого решения, с учетом малости  $dH_i$  – изменения высот пунктов относительно отсчетной поверхности (практически эллипсоида), закрепленной в теле Земли заданной системой квазистабильных пунктов, можно записать для каждого пункта

$$dH_i = \left( 0, 0, 0, \dots, \frac{X_i}{R_i}, \frac{Y_i}{R_i}, \frac{Z_i}{R_i}, \dots, 0, 0, 0 \right) \delta X = f_i \delta X,$$

где  $R_i$  – длина радиус-вектора точки.  $dH_i$  можно трактовать как изменение радиуса Земли во времени, т.е. составить из них вектор-столбец  $dr$  изменение радиуса на пунктах с соответствующей ковариационной матрицей

$$K_{\delta r} = F K_{\delta X} F^T,$$

где  $K_{\delta X}$  – ковариационная матрица вектора  $\delta X$ . Наличие вектора  $dr$  и его ковариационной матрицы позволяет определить изменение радиуса Земли и оценку его точности по формулам:

$$dR = K_{dR} E^T K_{dr}^+ dr,$$

$$\sigma_{dR} = \sqrt{K_{dR}},$$

где  $E$  – единичная матрица,  $K_{dr}^+$  – псевдо обратная к  $K_{dr}$  матрица.

Численные эксперименты по определению изменения радиуса Земли проводились обработкой DORIS, VLBI и SLR сетей по отдельности и объединением всех сетей (DVS). При этом на вертикальную компоненту подвижек пунктов накладывались ограничения от 2,0 да 3,5 мм/год с шагом 0,5 мм, что определяло количество пунктов, использованных при определении изменения радиуса. Полученные значения равны: для DORIS данных – 29-39 пунктов,  $R=0,25 \div 0,45 \pm 0,03$  мм/год; для SLR данных – 22-29 пунктов,  $R=0,36 \div 0,65 \pm 0,03$  мм/год; для VLBI данных – 36-54 пункта,  $R=-0,11 \div 0,16 \pm 0,05$  мм/год; для DVS данных – 94-125 пунктов,  $R=0,20 \div 0,42 \pm 0,02$  мм/год. Полученные решения для спутниковых систем DORIS и SLR достаточно хорошо согласуются между собой и оценками, полученными по совершенно иной методике в работах В.И. Кафтана и В.Н. Цыбы для спутниковой GPS системы.

**В заключении** подводятся итоги и указываются основные результаты работы.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

Основные выводы и результаты, полученные в диссертации:

1. Решена проблема фиксации общеземной системы координат только по данным измерений в космических геодезических сетях. До сих пор в мировой практике такая фиксация осуществлялась привязкой к какой-либо геолого-геофизической модели движения литосферных плит. Отказ от использования каких-либо гипотез и моделей эволюции Земли позволяет более надежно фиксировать систему координат в теле Земли для прикладных исследований.
2. Разработана методика, позволяющая фиксировать КСК только по данным измерений в геодезических сетях, без привлечения информации о строении и эволюции Земли.
3. На основе разработанной методики реализован алгоритм, позволяющий надежно фиксировать кинематическую систему координат в теле Земли. Работа алгоритма протестирована на примере фиксации КСК по DORIS данным и объединением DORIS и VLBI сетей. Численные эксперименты и сравнение полученного разработанным методом поля скоростей со скоростями пунктов в принятых в качестве стандарта системах ITRF и NNR-NUVEL-1A показали надежность разработанной методики и ее численной реализации.
4. Выполнены определения изменения радиуса Земли по данным DORIS, VLBI и SLR сетей.
5. Разработанная методика фиксации системы координат использована при математической обработке геодезических измерений в локальных сетях, построенных GNSS и классическими наземными методами, для оценки движения литосферных плит в региональном масштабе и слежения за крупными инженерными сооружениями. Разработанная методика реализована в комплексе программ на языке Fortran.
6. Для реализации представленных выше алгоритмов и численного моделирования фиксации кинематической системы координат был разработан комплекс программ KRF – Кинематическая Система Координат. Комплекс реализован на языке программирования Fortran и может быть легко перекомпилирован в любой версии компилятора фортрана.

## ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Gerasimenko, M. D. Establishment of global three-dimensional kinematic reference frame using VLBI and DORIS data/ M. D. Gerasimenko, A.G. Kolomiets, M. Kasahara, J.-F. Crétauх // Дальневосточный математический журнал. — 2005. — Т. 6. — № 1. — С. 3-13.
2. Коломиец, А.Г. Фиксация трехмерной кинематической системы координат по данным спутниковой геодезии / А.Г. Коломиец, М.Д. Герасименко, Ж.-Ф. Крето, Л. Сударин // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. — 2007. — № 3. — С. 23-32.
3. Kolomiets, A.G. The physical meaning of fixing reference frame in the free geodetic network / A.G. Kolomiets, M.D. Gerasimenko // International Scientific Symposium “Problems of seismic safety of the Far East Siberia”. Abstracts. Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН, Южно-Сахалинск. — 2007. — С. 38-39.
4. Герасименко, М.Д. К вопросу о фиксации системы координат свободных геодезических сетей / М.Д. Герасименко, А.Г. Коломиец // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. — 2008. — № 2. — С. 29-33.
5. Герасименко, М.Д. Исследование математических проблем при построении и обработке космических геодезических сетей для целей геодинамики / М.Д. Герасименко, А.Г. Коломиец // Дальневосточный математический журнал. — 2008. — Т. 8. — № 1. — С. 31-45.
6. Коломиец, А.Г. Объединение глобальных космических геодезических сетей / А.Г. Коломиец // Тез. докл. XXXIV Дальневосточной математической школы-семинара имени академика Е.В. Золотова “Фундаментальные проблемы математики и информационных наук”. Хабаровск. — 2009 — С. 94.
7. Коломиец, А.Г. Фиксация кинематической системы координат / А.Г. Коломиец // Информатика и системы управления. — 2010. — № 1. — С. 10-18.
8. Коломиец, А.Г. Определение возможного изменения радиуса Земли по данным глобальных космических геодезических сетей / А.Г. Коломиец, М.Д. Герасименко, А.В. Ильницкая // Докл. Науч. симпозиума Проблемы сейсмичности и современной геодинамики Дальнего Востока и Восточной Сибири. Институт тектоники и геофизики им. Ю.А. Косыгина ДВО РАН. Хабаровск. — 2010. — С. 87-88.

**Личный вклад автора.** Все результаты, составляющие основное содержание диссертационной работы, получены автором самостоятельно. В опубликованных в соавторстве работах [1-5,8] автору принадлежат следующие научные и практические результаты: разработан и программно реализован алгоритм решения задачи, выполнены практические расчеты и проанализированы полученные результаты.

Коломиец Андрей Геннадьевич

**Разработка методов фиксации кинематической системы координат по  
данным геодезических измерений**

Автореферат

Подписано к печати 22.10.2010 г.  
Формат 60×80/16

Усл.п.л. 1.0 Уч.-изд.л. 0.8  
Тираж 100 экз. Заказ 25

---

Издано ИПМ ДВО РАН, 690041, г. Владивосток, ул. Радио 7.  
Отпечатано участком оперативной печати ИАПУ ДВО РАН,  
690041, г. Владивосток, ул. Радио 5.